

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцаев Мухамед Шавкатович

Должность: Ректор

Дата подписания: 03.12.2024 10:14:23

Уникальный программный ключ:

236bcc35c2961179b0aa1dc22836b21db52abcc07971a86805a382919a4304c

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

КАФЕДРА «ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
«__» _____ 2024 г., протокол № __
Заведующий кафедрой
_____ А.М.Гачаев

(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

Направленность (профили)

«Тепловые электрические станции»

«Энергообеспечение предприятий»

Квалификация выпускника

Бакалавр

Составитель _____ Исаева Л.М.

Грозный - 2024

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА

| № п/п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочных средств |
|-------|--|---|--|
| 1. | Линейная алгебра | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 2. | Элементы векторной алгебры | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 3. | Аналитическая геометрия | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 4. | Введение в математический анализ | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 5. | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 6. | Функции нескольких переменных | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 7. | Интегральное исчисление | ОПК-2 | Собеседование |
| 8. | Дифференциальные уравнения | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 9. | Ряды | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |
| 10. | Основы теории вероятностей и математической статистики | ОПК-2 | Собеседование Контрольная работа Экзамен |

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|-------|----------------------------------|--|---|
| 1 | <i>Собеседование</i> | Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| 2 | <i>Контрольная работа</i> | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины. | Комплект контрольных заданий по вариантам |

| | | | |
|---|---------|---|----------------------------------|
| 3 | Экзамен | Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра. | Комплект экзаменационных билетов |
|---|---------|---|----------------------------------|

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Аналитическая геометрия»

1. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
2. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
3. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
4. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
5. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.

Раздел: «Теория пределов»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющий предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечно малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e . Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;

– 2 балла получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на векторах.

4. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 60° , причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Вариант 2

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

4. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

Вариант 3

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 - 2x_2 = -2, \\ 7x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. При каком значении λ векторы $\vec{a} = \vec{i} + 2\lambda\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \lambda\vec{j}$ и $\vec{c} = 2\lambda\vec{i} + \vec{k}$ компланарны?

Вариант 4

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. Дано: $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Вычислить $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Вариант 5

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 120° , причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$. Найти $|\vec{a} + \vec{b}|$.

Вариант 6

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 0 \ 4 \ 5)$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 = 0. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. Упростить выражение $2\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \times (\vec{i} \times \vec{j})$.

Вариант 7

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$.

Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$, где \vec{m} и \vec{n} – единичные векторы, образующие угол 30° .

Вариант 8

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$. Найти

$|\vec{a}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 120° , причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Вариант 9

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 12. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. Найти единичный вектор \vec{a} , одновременно перпендикулярный

вектору $\vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$ и оси абсцисс.

Вариант 10

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

4. Найти единичный вектор \vec{a} , параллельный вектору $\vec{b} = 6\vec{i} + 7\vec{j} - 6\vec{k}$.

Вариант 11

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -15. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Какой угол образуют единичные векторы \vec{s} и \vec{t} , если векторы $\vec{p} = \vec{s} + 2\vec{t}$ и $\vec{q} = 5\vec{s} - 4\vec{t}$ взаимно перпендикулярны?

Вариант 12

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -7. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$,

$\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Вычислить угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, где \vec{p} и \vec{q} - единичные, перпендикулярные векторы.

Вариант 13

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8, \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}, \vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $|\vec{c}|, 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 60° , причем $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 8$. Найти $|\vec{a} + \vec{b}|$.

Вариант 14

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 5x - y + 3z = -1, \\ x - 2y = -5, \\ 7y - z = 22. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $|\vec{c}|, 2\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения $3|\vec{m}| - 2(\vec{m} \cdot \vec{n}) + 4\vec{n}^2$,

если $|\vec{m}| = \frac{1}{3}, |\vec{n}| = 6$, угол между векторами \vec{m} и \vec{n} равен $\frac{\pi}{3}$.

Вариант 15

1. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$

3. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} - 3\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 7\vec{j}, \vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Найти

$2\vec{a} + 6\vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения $(3\vec{a} - 5\vec{b})(2\vec{a} + 7\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \perp \vec{b}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $13x - 5y - 6 = 0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2 + 18x + 16y^2 - 64y - 71 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x-3}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-2} \right)^{-4x}$.

Вариант 2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 3y + 5 = 0$, $x + y - 15 = 0$ и точку $A(5; -2)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3; 0; -1)$, $M_2(2; -2; 1)$ и $M_3(3; 1; -1)$ и построить ее.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x} \right)^{-3x+1}$.

Вариант 3

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $5x - 9y + 8 = 0$ и построить ее.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно к вектору $\overline{M_1M_2}$, если $M_1(2; -1; 1)$ и $M_2(-3; 4; 5)$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{7}}{9x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x} \right)^{x-2}$.

Вариант 4

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-7; -2)$ и параллельной прямой $5x - 3y + 3 = 0$ и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2 + 4y^2 + 16x - 32y - 41 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 64}{\sqrt{x+20} - 4}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 5x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{\frac{x-1}{3}}.$$

Вариант 5

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $9x + 5y - 2 = 0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2 + 9y^2 + 36x - 18y + 20 = 0$.
3. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{4x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1}\right)^{-2x}.$$

Вариант 6

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-6; 5)$ и $B(-7; -3)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2 + 10y^2 + 40y - 50 = 0$.
3. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 + 3x^5 - x}{x^3 + 5x^8 - 2x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 7x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}.$$

Вариант 7

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7; -5)$ и параллельной прямой $x - 8y + 10 = 0$ и построить ее.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; 4; -2)$, $M_2(4; -1; -1)$ и $M_3(-2; 0; 3)$.
3. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{12x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}.$$

Вариант 8

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $-8x + 5y - 10 = 0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $x^2 - 3y^2 + 6y - 15 = 0$.
3. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{8x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{-5x}.$$

Вариант 9

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-4; 5)$ и $B(-5; -8)$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2 + 9y^2 - 8y - 36x + 4 = 0$.

3. Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$; в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{13x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}$.

Вариант 10

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(8; -2)$ и $B(-2; -7)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; -1; 2)$, $M_2(4; -1; -1)$ и $M_3(2; 0; 2)$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^2 + 2}{9x^3 + 4x - 3}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x/5}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}$.

Вариант 11

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $x - 4y - 17 = 0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $2x^2 - 2y^2 + 2x = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 3x^2 - 8}{3x^2 - 8x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 5x + 9}{7 - 3x - 5x^2}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}$.

Вариант 12

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(8; -3)$ и $B(0; -4)$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 5}{9x + 7}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{7}}{4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x$.

Вариант 13

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $3x - 7y - 1 = 0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2 - 4y^2 + 24y - 72 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 + 6x - 13}{x^2 + 3x + 1}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{8+x} - 3}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{8x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3x}{5+3x} \right)^{4x}.$$

Вариант 14

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1;9)$ и $B(-8;0)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Построить кривую 2-го порядка: $x^2 - 6x + 8y - 47 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 5x + 7}{x^3 + 33x - 5}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)^{\frac{x-1}{3}}$.

Вариант 15

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1;-7)$ перпендикулярно прямой $5x - y - 3 = 0$ и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2 + 4x - 8y - 19 = 0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 10}{x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 - x + 32}{5x^4 - 9}$;
в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x/3}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x} \right)^{\frac{x-5}{8}}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;

– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-2; -3; 4)$, $B(-5; 4; -2)$, $C(7; -5; 3)$, $D(3; -1; 2)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(2; -4)$, $B(-6; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^3 + x}{5x^4 + 9x^2 - 7}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{3+x} \right)^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-4; 5)$, $B(6; -7)$, $C(-5; 3)$ построить треугольник ABC . Найти общее уравнение медианы проведенной из вершины A .

4. Даны точки $A(-2; -3; 4)$, $B(-5; 4; -2)$, $C(7; -5; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC , найти $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$;

БИЛЕТ № 3

1. Основные свойства определителей.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 - 2x_2 = -2, \\ 7x_2 - x_3 = -1; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-6; 3; -1)$, $B(5; -4; 2)$, $C(0; 2; -3)$, $D(3; -2; 2)$. Найти объем пирамиды

$ABCD$, $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$. Составить общее уравнение плоскости ABC .

4. Даны точки $A(-3; -5)$, $B(2; -4)$. Найти общее уравнение прямой AB , и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3 - x}{3x^3 + 9x^2 + 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x/5}$;

БИЛЕТ № 4

1. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2; -4; 2)$, $B(-6; -2; -1)$, $C(0; 7; 3)$ и $D(6; -1; 3)$. Составить уравнение плоскости BCD . Найти объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-2; 8)$, $B(6; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB построить эту прямую и найти расстояние между точками A и B .

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 9x^2 + 1}{3x^3 + 9x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 5

1. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 = 0; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-2; 4; 3)$, $B(-6; -4; -1)$, $C(6; 7; -3)$, $D(6; -1; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC . Найти объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-3; -5)$, $B(0; 2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 - 2x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 4x^3 + 3}{3x^4 + 8x^2 - 12x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{9x}$;

БИЛЕТ № 6

1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2; -4; 2)$, $B(-6; -2; -1)$, $C(0; 7; 3)$, $D(6; -1; 3)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(3; -6)$, $B(-1; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 - 25}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x - 3}{3x^3 + 9 + x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 7

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-5; 3)$, $B(-3; -4)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

4. Даны точки $A(2; -4; 3)$, $B(5; -4; 1)$, $C(0; -1; -3)$, $D(2; -1; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC .

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-2} \right)^{-4x}$.

БИЛЕТ № 8

1. Угол между двумя плоскостями

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 12; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2; -1; 1)$, $B(5; 5; 4)$, $C(3; 2; -1)$, $D(4; 1; 3)$. Найти $|\vec{AB}|$, $|\vec{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-2; 5)$, $B(7; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4; 3; -8)$ перпендикулярно прямой AB , если $A(2; -1; 1)$, $B(-5; 5; 4)$.

4. Даны точки $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Найти угол между векторами \vec{BC} и \vec{BD} .

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x} \right)^{x-2}$.

БИЛЕТ № 10

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3; \end{cases}$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , объем параллелепипеда, построенного на векторах, если: $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.

4. Даны точки $A(-3;-5), B(0;2), C(-2;7)$ построить треугольник ABC . Составить общее уравнение высоты, проведенной из вершины A .

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 64}{\sqrt{x+20} - 4}$;

БИЛЕТ № 11

1. Общее уравнение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2;-4;-3), B(6;-4;1), C(-2;7;3), D(-6;1;-3)$. Составить канонические уравнения прямой BD .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5;-2)$ перпендикулярно прямой $2x - 6y + 5 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1} \right)^{-2x}$.

БИЛЕТ № 12

1. Уравнение плоскости в отрезках и построение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \end{cases}$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , объем параллелепипеда, если: $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;-5)$ параллельно данной

прямой $5x - 7y + 2 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - 9}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 7x}$;

БИЛЕТ № 13

1. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их связь.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 5x - y + 3z = 9, \\ x - 2y = 0, \\ 7y - z = 17. \end{cases}$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если: $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7; -5)$ параллельно данной прямой $x + 3y + 2 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{12x}$;

БИЛЕТ № 14

1. Первый замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2; -4; -3)$, $B(6; -4; 1)$, $C(-2; 7; 3)$, $D(-6; 1; -3)$. Найти $\overline{AB} \times \overline{AC}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-9; -2)$ перпендикулярно прямой $2x - 6y + 5 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x + 1} - 3}{x^3 - 8}$.

БИЛЕТ № 15

1. Второй замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$

3. Даны точки $A(5; -3)$, $B(-3; 4)$. Найти угловой коэффициент прямой AB и построить ее.

4. Даны точки $A(2; -4; 3)$, $B(5; -4; 1)$, $C(0; 1; 3)$, $D(2; -1; 3)$. Найти объем пирамиды $ABCD$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2x}{3 + 2x} \right)^{-x}$.

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.
2. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
3. Производные основных элементарных функций.
4. Правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции.
6. Дифференцирование заданных в параметрической и неявной форме.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталья.
8. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.
9. Максимумы и минимумы функции.
10. Порядок исследования функции с помощью производной и построения её графика.

Раздел: «Функции нескольких переменных»

11. Область определения, линии уровня функции двух переменных.
12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
13. Частные производные. Полный дифференциал.
14. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
15. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^9 - \frac{5}{x^4} + \sqrt[7]{x^2} - 5x$;

б) $y = \frac{x^4}{4x - x^3}$; в) $y = \operatorname{arctg} \frac{3-x}{x+3}$; г) $\begin{cases} x = \sqrt[4]{t}; \\ y = 1/\sqrt{1-t}; \end{cases}$ д) $y = x^2 \cdot \ln 5x$;

е) $y = \cos^3 6x$; ж) $y = e^{tg 4x}$; з) $3x^2 y - 2x = 5y^3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Вариант 2

1. Найти производные данных функций: а) $y = 7 + 8x^5 - \frac{2}{x^2} - \sqrt[5]{x^4}$;

б) $y = \frac{x^5}{2x - x^3}$; в) $y = \ln(x - \sqrt{1-x^2})$; г) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = t^2/2; \end{cases}$ д) $y = (x^2 - 6x) \cdot \sin 2x$;

е) $y = \sin^5 3x$; ж) $y = e^{x^3 + \ln x}$; з) $3e^x - e^y = y^3 - 5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3 + 7x}{2x^4 + 5x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{20}{x^2 - 25} - \frac{2}{x - 5} \right)$.

Вариант 3

1. Найти производные данных функций:

а) $y = \frac{1}{x} - \sqrt[6]{x} + 2x^5 + 8$; б) $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$; в) $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$; г) $\begin{cases} x = \ln(1+t^2); \\ y = \operatorname{arctg} t; \end{cases}$

д) $y = e^{-x}(5x - x^3)$; е) $y = (7x - x^3)^5$; ж) $y = \sin^6 3x$; з) $6xy - x^3 + y^2 = 2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 10}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} \pi x$.

Вариант 4

1. Найти производные данных функций:

а) $y = \sqrt[7]{x^3} + 7x + x^8 - \frac{3}{x^3}$; б) $y = \frac{1-4^x}{1+4^x}$; в) $y = \sqrt[5]{(2-3x)^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^2 t; \\ y = \operatorname{ctg} t^2; \end{cases}$

д) $y = 3x^3 \cdot \cos 5x$; е) $y = \ln(x + \cos x)$; ж) $y = \operatorname{tg}^4 5x$; з) $xy - \ln y + y^4 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 7x}{2x + 5x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x)$.

Вариант 5

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 2x^2 - \frac{5}{x^5} + \sqrt[3]{x^2} - 8; \quad \text{б) } y = \frac{x^3 + 3}{2x^2 - 5}; \quad \text{в) } y = \sin x^5; \quad \text{г) } \begin{cases} x = t \cdot \sin t \\ y = t - \cos t \end{cases};$$

$$\text{д) } y = 7^x \cdot \cos 3x; \quad \text{е) } y = e^{\sqrt{2x-x^2}}; \quad \text{ж) } y = \cos^2 4x; \quad \text{з) } 5x^2 - xy + 2y^2 = 4.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 4x^3 + 7}{8 + 2x^2 + 5x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

Вариант 6

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 7 - x^3 - \frac{1}{x} + 2\sqrt[5]{x} - 3x; \quad \text{б) } y = \frac{3 - x^2}{3 + x^2}; \quad \text{в) } y = \ln(\operatorname{tg} 3x); \quad \text{г) } \begin{cases} x = \frac{1}{t^2} \\ y = t^3 - 3t \end{cases};$$

$$\text{д) } y = (x^2 + 2x) \cdot e^x; \quad \text{е) } y = \sin^7 2x; \quad \text{ж) } y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}; \quad \text{з) } x \cdot \sin y = y \cdot \ln x.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$$

Вариант 7

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 6 - 3x^4 - \frac{4}{x^2} + \sqrt[5]{x^4} - x; \quad \text{б) } y = \frac{\ln 3x}{x^2 - 9}; \quad \text{в) } y = \operatorname{tg}^3 6x; \quad \text{г) } \begin{cases} x = t - t^4 \\ y = t^2 - t^3 \end{cases};$$

$$\text{д) } y = 2^{3x} \cdot (3-x); \quad \text{е) } y = e^{\sqrt{1+3x}}; \quad \text{ж) } y = \arccos e^{5x}; \quad \text{з) } 3x^2 - 2y^3 = 5xy.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

Вариант 8

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 4x^5 - \frac{6}{x^3} + \sqrt[6]{x^5} - 7x; \quad \text{б) } y = \frac{1+e^x}{1-e^x}; \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 3x; \quad \text{г) } \begin{cases} x = 5\sin^2 t \\ y = 4\cos^3 t \end{cases};$$

$$\text{д) } y = \sqrt{x} \cdot \arcsin x; \quad \text{е) } y = \ln(x + x^5 - 2); \quad \text{ж) } y = 3^{\operatorname{ctg} x}; \quad \text{з) } 3xy - \ln y = 5x.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^3}{2 + 3x^2 + x^4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right).$$

Вариант 9

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;

б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \frac{x^3}{4x - x^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = 3\cos^3 t, \end{cases}$ д) $y = 10^{x^2+3x}$;

е) $y = \sin(\ln x)$; ж) $y = \sqrt{3x^2 + \ln^2 x}$; з) $x^2 - \ln y + y^2 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$.

Вариант 10

1. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$;

б) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t, \end{cases}$ д) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$;

е) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$; ж) $y = \ln(\sin 2x + \cos 2x)$; з) $\ln(xy) = x^2 - y^2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5x^2 + 2}{2x^3 - x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}$.

Вариант 11

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = \frac{4x^3 + 21}{x^2}$; в) $y = 6^{\operatorname{tg} x}$; г) $\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t, \end{cases}$

д) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$; е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1}$; з) $x \operatorname{tg} y + y^2 = 5x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3}{3x + 9x^2 - 13}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$.

Вариант 12

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$; б) $y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $\begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5, \end{cases}$

д) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$; е) $y = \ln^2(\operatorname{ctg} 3x)$; ж) $y = (3x-1) \cdot \ln x$; з) $5x^2 - xy + 2y^2 = 5$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x e^{-x}$.

Вариант 13

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $(1+x) \cdot e^x = 0$; в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $\begin{cases} x = \sin t - t \cos t; \\ y = t \sin t; \end{cases}$

д) $y = (x^2 - 6x) \cdot \lg x$; е) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$; ж) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$; з) $x^3 + y^3 = 3xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$.

Вариант 14

1. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t, \end{cases}$ д) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$;

е) $y = \ln(x - 4 - x^3)$; ж) $y = e^{\arccos \sqrt{x}}$; з) $x^2 y + 2x^2 - y^2 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.

Вариант 15

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;

б) $y = \frac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$; г) $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \sqrt{1 - t^2}, \end{cases}$ д) $y = 2^{3x-1}$;

е) $y = \ln(2x + \cos x)$; ж) $y = \sqrt{\cos 4x}$; з) $x \sin y = y \ln x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^4 - 3x^2 y^2 + 5xy^3 + y^4$; б) $z = \sqrt{xy + x/y}$.

2. Найти производную функции $z = \frac{2x-3y}{x+y}$ в точке (4; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^2 y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4 \operatorname{arctg}(3y/x^3)$.

2. Найти производную функции $z = \frac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$.

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2y^2/x^3$; б) $z = \ln(e^{-x} + e^{4y})$.

2. Найти производную функции $z = 13 \operatorname{tg}(3x - 4y)$ в точке (4; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = xe^y + ye^x$; б) $z = \ln(x + e^{xy})$.

2. Найти производную функции $z = \frac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; -2) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^2y - 3xy^2 + x + y$; б) $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 5\text{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 6

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^2 - xy - 2y^2$; б) $z = \text{arctg}\frac{y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 5e^{3x+2y}$ в точке (2; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 7

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^{3y}$; б) $z = \sqrt{x^2 - 5xy^3}$.

2. Найти производную функции $z = 10\sin(2x + 3y)$ в точке (3; -2) по направлению $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 8

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2y + 12xy^3$; б) $z = \cos\left(\frac{x}{3} - 4y\right)$.

2. Найти производную функции $z = \frac{x-y}{x+y}$ в точке (-2; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

Вариант 9

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^5 + 2xy^3 - ye^x$; б) $z = \text{arctg}\frac{x+y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке (3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$; б) $z = e^x(\cos y + x \sin y)$.

2. Найти производную функции $z = 5\text{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 11

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$; б) $z = \ln(x^2 - 5xy + y^8)$.

2. Найти производную функции $z = 5\sin(4x - y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = \frac{x^4}{2y}$; б) $z = \ln(x - \sqrt{x^2 - 5y^2})$.

2. Найти производную функции $z = \frac{x+y}{x-y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Вариант 13

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 5xy + xe^y$; б) $z = \ln(3y - 2x^4)$.

2. Найти производную функции $z = x\sqrt{x} - 2y\sqrt{y}$ в точке (8; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 14

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $u = 2x^5 + y^3 - 5xy^2 + xz^2$; б) $z = \sqrt[4]{x + 8y}$.

2. Найти производную функции $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке (-1; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x \ln y - y^3 + 6xy$; б) $z = \frac{x^2 y^2}{x + y}$.

2. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке (5; 5) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \frac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - \ln 3$;

б) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 9}$; в) $y = \sin(\ln x)$; г) $y = 7x^3 \cdot \cos 5x$; д) $y = \operatorname{tg}^2 3x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x + \operatorname{tg}^2 x}$

4. Найти значение выражения $2z''_{yy} - 5z''_{yx}$ для функции $z = \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 2

1. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^6 + \frac{7}{x} - \sqrt[5]{x^3} + \frac{12}{\sqrt{x}} + \ln 1$;

б) $y = 3^{2x^2-5}$; в) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 2}$; г) $y = e^{-x}(5x - x^3)$; д) $y = \sin^5 12x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}$

4. Найти значение выражения $3z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 3

1. Экстремум функции двух переменных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^7 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - 6x$;

б) $y = \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$; в) $y = e^{\arcsin x}$; г) $y = 3x^3 \cdot \arcsin x$; д) $y = \ln^2(\operatorname{tg} x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +0} x^3 \ln 2x$

4. Найти значение выражения $8z''_{xx} + 2z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$ в точке (4; 1).

БИЛЕТ № 4

1. Область определения, линии уровня функции двух переменных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \frac{5}{x^2} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - e^3$;

б) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 5x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) д) $y = x \cdot \arccos 3x$; д) $y = e^{x - \arcsin x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \operatorname{ctg} 6x$

4. Найти значение выражения $3z''_{xx} + 4z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ в точке (1; 4).

БИЛЕТ № 5

1. Дифференцирование параметрической функции.
2. Найти производные данных функций: а) $y = x^6 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$;
б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \frac{2-x^2}{\cos 4x}$; г) $y = \cos^7 3x$; д) $y = \ln(x + \ln x)$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x} - 2}{2x^3 - 5}$
4. Найти значение выражения $5z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x + 3y)$ в точке $(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{9})$.

БИЛЕТ № 6

1. Дифференцирование неявной функции.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$;
б) $y = \frac{2x}{7-x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{(x^2 - 3)^2}$; г) $y = \operatorname{ctg}^4 2x$; д) $y = (1 - 2x)\operatorname{arcsin} x$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$
4. Найти производную функции $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке $(-1; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

БИЛЕТ № 7

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$;
б) $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$; в) $y = \frac{x^3}{4-x^2}$; г) $y = \sin^3 7x$; д) $y = \ln(x + \cos x)$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{5x^2}$
4. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке $(3; 2)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

БИЛЕТ № 8

1. Полный дифференциал ФДП.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;
б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \frac{x^3}{4x-x^2}$; г) $y = 10^{x^2+3x}$; д) $y = \sin(\ln x)$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$
4. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке $(5; 5)$ по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$

БИЛЕТ № 9

1. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$;

б) $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$; в) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$; г) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$; д) $y = e^{\arcsin x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$

4. Найти значение выражения $2z''_{xx} - 5z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x - 3y)$ в точке $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{9})$.

БИЛЕТ № 10

1. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;

б) $y = \frac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$; г) $y = 2^{3x-1}$; е) $y = \ln(2x + \cos x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$

4. Найти значение выражения $2z''_{yy} + 3z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x - y^2)$ в точке (4; -2).

БИЛЕТ № 11

1. Частные производные ФДП.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$; д) $y = \ln(x - 4 - x^3)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$.

4. Найти значение выражения $3z''_{yy} + z''_{yx}$ для функции $z = \frac{xy}{x^2 - y}$ в точке (2; 3).

БИЛЕТ № 12

1. Правила дифференцирования функции одной переменной.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y = \frac{x^3}{\ln x}$;

в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $y = (x^2 - 6x) \cdot \operatorname{lg} x$; д) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$

4. Найти производную функции $z = \frac{x+y}{x-y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

БИЛЕТ № 13

1. Предел и непрерывность функции двух переменных.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$;
б) $y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$; д) $y = (3x-1) \cdot \ln x$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x e^{-x}$
4. Найти значение выражения $3z''_{yy} - 2z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x^2 - 2y)$ в точке (2; 2).

БИЛЕТ № 14

1. Производная по направлению. Градиент.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$;
б) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$; д) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$;
3. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}$
4. Найти значение выражения $z''_{yy} + 2z''_{yx}$ для функции $z = e^{x^2 - 4y^2}$ в точке (2; 1).

БИЛЕТ № 15

1. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
2. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$;
в) $y = 6^{\lg x}$; д); е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \arctg \sqrt{2x-1}$;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$
4. Найти значение выражения $2z''_{xx} - z''_{xy}$ для функции $z = \ln(x^2 + 2y^2)$ в точке (-1; 0).

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Интегральное исчисление функций одной переменной»

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной
3. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
4. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
5. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование.
6. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.
9. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
10. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
11. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объёмов тел.
12. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
13. Интегралы от неограниченных функций.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$; б) $\int e^{1-3x} dx$; в) $\int_{-1}^3 (3x+1) e^x dx$; г) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; д) $\int \frac{(x-5)dx}{26+2x+x^2}$; е) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3 + \sqrt{x}}}$; ж) $\int \cos 3x \cos 9x dx$; з) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}$.

Вариант 2

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x} \right) dx$; б) $\int \sqrt{4x-1} dx$; в) $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$;
г) $\int_0^2 (4-3x)e^{-3x} dx$; д) $\int \frac{(2x-1)dx}{x^2-x+1}$; е) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \cos^5 x \sin x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

Вариант 3

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^7 \right) dx$; б) $\int \frac{3dx}{1-7x}$; в) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$; г) $\int \frac{dx}{\arctg^2 x (1+x^2)}$; д) $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2+x+1}$; е) $\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$; ж) $\int \cos^4 x dx$; з) $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-4}$.

Вариант 4

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3 \left(4x - \sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$; в) $\int \frac{\ln x dx}{x}$;
г) $\int_1^e (x^2 - 4x) \ln x dx$; д) $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 2}$; е) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^3 x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4}$.

Вариант 5

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx$; б) $\int \sin(3-5x) dx$; в) $\int x e^{-x^2} dx$;
г) $\int \arctg 3x dx$; д) $\int \frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$; е) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$; ж) $\int \operatorname{tg}^3 x dx$; з) $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$.

Вариант 6

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx$; б) $\int 5^{3-2x} dx$; в) $\int (x^2 + 1)^5 x dx$;
г) $\int \ln(1+x^2) dx$; д) $\int \frac{(4x-3)dx}{x^2+4x+9}$; е) $\int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^5 x \cos x dx$; з) $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7}$.

Вариант 7

1. Найти интегралы: а) $\int_1^e \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int e^{5x-3} dx$; в) $\int (5-6x)\sin 4x dx$; г) $\int \frac{3x dx}{10+3x^2}$
 ; д) $\int \frac{dx}{x^2+7x+11}$; е) $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^4 8x \cos 8x dx$; з) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Вариант 8

1. Найти интегралы: а) $\int_{-2}^1 (3x^2+4x-1) dx$; б) $\int \cos(10x-7) dx$; в) $\int \frac{x dx}{\sqrt{9x^2+2}}$;
 г) $\int_1^e x^2 \ln x dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2+6x+3}$; е) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; ж) $\int \sqrt[5]{\sin^4 x} \cos x dx$; з) $\int_{13}^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

Вариант 9

1. Найти интегралы: а) $\int_1^8 (\sqrt[3]{x}-x-4) dx$; б) $\int \frac{dx}{2x+9}$; в) $\int (2-5x)\sin x dx$; г) $\int \frac{x dx}{\sqrt{15-3x^2}}$; д)
 $\int \frac{(x+5) dx}{x^2+x-2}$; е) $\int_3^{15} \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin 7x \cos x dx$; з) $\int_{-\infty}^0 \cos 3x dx$.

Вариант 10

1. Найти интегралы: а) $\int_0^4 (\sqrt{x}-3x+2) dx$; б) $\int (1-4x)^8 dx$; в) $\int \frac{3x dx}{8+2x^2}$;
 г) $\int_0^{\pi/2} (x-1) \cos x dx$; д) $\int \frac{(x+6) dx}{3x^2+x+1}$; е) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \frac{dx}{8+4\cos x}$; з) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+x}$.

Вариант 11

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^4 \right) dx$; б) $\int (2-5x)^7 dx$; в) $\int \frac{x dx}{9-2x^2}$;
 г) $\int_0^1 x 3^x dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$; е) $\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$; ж) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$; з) $\int_{-\infty}^0 x \cos x dx$.

Вариант 12

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int e^{5-7x} dx$; в) $\int \frac{x dx}{\sqrt{18-9x^2}}$;
 г) $\int_0^1 x e^{-x} dx$; д) $\int \frac{dx}{x^2-4x+10}$; е) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; ж) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

Вариант 13

1. Найти интегралы: а) $\int \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx$; б) $\int e^{6x-4} dx$; в) $\int_0^{1/4} \frac{dx}{x \ln x}$;
 г) $\int x e^{x+3} dx$; д) $\int \frac{(x+4)dx}{2x^2 - 6x - 8}$; е) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1}$; ж) $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x} dx$; з) $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.

Вариант 14

1. Найти интегралы: а) $\int \left(1 - 3x^2 + \sqrt[4]{x} - \frac{5}{x^2} \right) dx$; б) $\int \sin(5x - 6) dx$; в) $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$; г) $\int_1^3 x \ln x dx$;
 д) $\int \frac{(5x-2)dx}{2x^2 - 5x + 2}$; е) $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$; ж) $\int \cos^3 4x \sin 4x dx$; з) $\int_0^\infty 2x \sin x dx$.

Вариант 15

1. Найти интегралы: а) $\int_2^3 (6x^2 - 5x + 4) dx$; б) $\int \frac{dx}{3x-2}$; в) $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$;
 г) $\int (x+1) \sin 4x dx$; д) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$; е) $\int_1^4 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$; ж) $\int \sin^2 3x \cos 3x dx$; з) $\int_0^\infty \frac{x dx}{x^2 + 4}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y' \sqrt[3]{x} = y^2$; б) $xy' = 2y \ln \frac{y}{x}$, $y(1) = e$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x^2 - e^{2x}$;
 д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y''y^3 + 1 = 0$, $y(1) = -1$, $y'(1) = -1$; ж) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 1$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$; г) $y'' = \frac{x}{e^x}$;
 д) $xy'' = y'$; е) $y'' = 2y^3$, $y'(-1) = y(-1) = 1$; ж) $y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x$.

Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 4$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y'' = 3x + \cos 5x$;
 д) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$; е) $y''y^3 + 64 = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 2$; ж) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}$. 2.

Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 7y^5$; б) $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$, $y(1) = 0$; в) $y' + y \cos x = \cos x$; г) $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$; д) $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$; е) $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$; ж) $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; з) $yy'' = (y')^2$; и) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$.

Вариант 5

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} - 9$, $y(1) = 4$; в) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; г) $y'' = \cos x + e^{-x}$; д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y'' = 1 - (y')^2$; ж) $y'' + 2y' = x^2 + 2$.

Вариант 6

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \frac{y}{x} - 3\frac{x}{y}$, $y(-1) = 4$; в) $xy' + y = -\frac{2}{x}$; г) $y'' = \frac{2}{\sin^2 x}$; д) $y'' = 24y^3$; е) $x^3 y'' + x^2 y' = \sqrt{x}$; ж) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$.

Вариант 7

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y^3}{3x+1}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$; д) $y'' = \frac{3}{x^3}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$; е) $y'' = 30y^3$; ж) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

Вариант 8

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = y^2 \operatorname{tg} x$, $y(\pi) = 3$; б) $y' = 2\frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$; г) $y'' = \sin 5x + \cos 2x$; д) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$; е) $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = \sqrt{2}$, $y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; ж) $y'' + 2y' + 5y = 5x$.

Вариант 9

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y\sqrt{4+x^2} dy = dx$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$, $y(e) = 0$; в) $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}$; г) $y'' = \frac{1}{x^3} + 4x$; д) $xy'' = y'$; е) $y^3 y'' = y^4 - 16$, $y(0) = 2\sqrt{2}$, $y'(0) = \sqrt{2}$; ж) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 10

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 7\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x - \ln x$; д) $y'' = (y')^2$; е) $y'' = \frac{y'}{x} \left(1 + \ln \frac{y'}{x}\right)$; $y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1$; ж) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$.

Вариант 11

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x} = y^2$; б) $y' = \frac{x-y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$; г) $y'' = \arctg x$;
д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6$; 4) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 12

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 3y^2$; б) $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$; в) $y' - \frac{3y}{x} = -\frac{5}{x^4}$; г) $x^4 y'' + x^3 y' = 4$;
д) $y'' = \sin 5x$; е) $y'' y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$; 4) $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$.

Вариант 13

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y(4 + e^x)dy = e^x dx$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 4$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' = e^{2x} - 3x$;
д) $y'' x \ln x = y'$; е) $y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2$; ж) $y'' + 2y' + 5y = x$.

Вариант 14

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; в) $y' + y \cos x = \cos x$; г) $y'' = x^3 + \cos 4x$;
д) $xy'' = y'$; е) $y'' = 32y^3, y(4) = 1, y'(4) = 4$; ж) $y'' - y' - 2y = 6x + 1$.

Вариант 15

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6$; в) $y' + \frac{y}{2x} = 3x$; г) $y'' = \frac{1}{x^2} + x$; д) $y''(e^x + 1) + y' = 0$;
е) $y'' y^3 + 16 = 0, y(1) = 2, y'(1) = 2$; ж) $y'' - 2y' - 3y = 4x$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int (\sqrt[3]{x} - x - 4) dx; \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx; \quad \text{в) } \int_0^1 x 3^x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' = \frac{y+3}{x^2}; \quad \text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4; \quad \text{в) } xy' - 2y = 3x^3; \quad \text{г) } y'' - 7y' + 6y = e^{2x}.$$

БИЛЕТ № 2

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int (3x^2 + \sqrt[4]{x^3} - 1) dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{4x+7}; \quad \text{в) } \int_0^1 x e^{-x} dx; \quad \text{г) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' = 3y^2; \quad \text{б) } y' = \frac{x+y}{x-y}; \quad \text{в) } y' + y \cos x = \cos x; \quad \text{г) } xy'' = y'.$$

БИЛЕТ № 3

1. Дифференциальные уравнения второго порядка.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(3x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx; \quad \text{в) } \int (3x+1) e^x dx; \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } 2y^3 \sqrt{x} = y^2; \quad \text{б) } xy' = y \ln \frac{y}{x}; \quad \text{в) } y' - \frac{4y}{x} = 2x^3; \quad \text{г) } y'' = 3x + \cos 2x.$$

БИЛЕТ № 4

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x dx}{x^2 + 1}; \quad \text{в) } \int (x-1) \cos x dx; \quad \text{г) } \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } xy' + 3y = 0; \quad \text{б) } y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}; \quad \text{в) } y' - \frac{y}{x} = x^2, \text{ при } x=1, y=0; \quad \text{г) } y'' = \frac{3}{x^3}.$$

БИЛЕТ № 5

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла и его определение.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{3dx}{4+5x}; \quad \text{в) } \int x \ln x dx; \quad \text{г) } \int_1^4 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } 2yy' + 3x = 0; \quad \text{б) } y' = \frac{y-x}{x}; \quad \text{в) } y' + \frac{3y}{x} = x^4; \quad \text{г) } 4y'' - 8y' + 5y = 3x^2.$$

БИЛЕТ № 6

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(6x^2 - \frac{5}{x^3} + 4 \right) dx; \quad \text{б) } \int_3^4 \frac{x dx}{x^2 - 4}; \quad \text{в) } \int_1^e x^2 \ln x dx; \quad \text{г) } \int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } xy' = 3y^2; \quad \text{б) } y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}; \quad \text{в) } y' - \frac{y}{x} = x \sin x; \quad \text{г) } 2y'' + 2y' + 5y = xe^{2x}.$$

БИЛЕТ № 7

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int (\sqrt{x} - 3x + 2) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln x}{x} dx; \quad \text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx; \quad \text{г) } \int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0; \quad \text{б) } y' = 2 \frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}; \quad \text{в) } y' - 3y = 2e^{5x}; \quad \text{д) } y'' - 5y' + 6y = 2x - 5.$$

БИЛЕТ № 8

1. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(4x - \frac{2}{x^2} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx; \quad \text{в) } \int (3+x) e^x dx; \quad \text{г) } \int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}};$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' = \frac{y^3}{3x+1}; \quad \text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1; \quad \text{в) } xy' + y = -\frac{2}{x}; \quad \text{г) } y'' = \frac{2}{\sin^2 x}.$$

БИЛЕТ № 9

1. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы:

$$1) \int \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx; \quad 2) \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{3+x^2}}; \quad 3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (5-2x) \sin 4x dx; \quad 4) \int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) \sqrt{5-y^2} dx = y dy; \quad 2) 3y' = \frac{x-2y}{x}; \quad 3) xy'' + 2y' = 0 \quad 4) y'' - 2y' - 3y = 4x$$

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Найти интегралы:

$$1) \int_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[4]{x^3} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx; \quad 2) \int_0^1 \frac{3x dx}{1+2x^2}; \quad 3) \int (x^6 - 4x) \ln x dx; \quad 4) \int \sin^2 3x dx;$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = \frac{7y+3}{2x^4}; \quad 2) xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, \quad 3) y'' = \frac{3}{x^3} + \cos 4x. \quad 4) y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$$

БИЛЕТ № 11

1. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения.

2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} + x \right) dx$; 2) $\int \frac{4dx}{1-9x}$; 3) $\int \cos^3 x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2y'\sqrt{x} = 7y^2$, $y(4)=3$; 2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; 3) $xy'' = y'$; 4) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$

БИЛЕТ № 12

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.

2. Найти интегралы:

1) $\int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2) dx$; 2) $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$; 3) $\int_1^3 x \ln x dx$; 4) $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; 3) $xy'' + 2y' = 0$; 4) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$

БИЛЕТ № 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.

2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} + 4 - \frac{1}{x} \right) dx$; 2) $\int_2^3 \frac{x^2 dx}{1-2x^3}$; 3) $\int (4-3x)e^{2x} dx$; 4) $\int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y dy = e^x y^3 dx$; 2) $y' - \frac{4y}{x} = 5x^8$; 3) $y'' = 2x + \sin 3x$; 4) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

БИЛЕТ № 14

1. Характеристическое уравнение и структура общего решения ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами

2. Найти интегралы:

1) $\int \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx$; 2) $\int_0^1 5^{3-2x} dx$; 3) $\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}$; 4) $\int \sin^5 x \cos x dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = y^2 - 3$; 2) $y' - \frac{y}{x} = x^2$; 3) $y'' = (y')^2$; 4) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$

БИЛЕТ № 15

1. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Найти интегралы:

1) $\int \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx$; 2) $\int x e^{-x^2} dx$; 3) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$; 4) $\int \operatorname{arcctg} x dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6$; 3) $xy'' = -2y'$, 4) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Основы теории вероятностей и математической статистики»

1. Классификация событий: достоверные, невозможные, случайные события. События: совместимые и несовместимые; равновозможные; зависимые и независимые; противоположные; полная группа событий.
2. Классическое определение вероятности события; его свойства.
3. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики:
а) правило произведения; б) правило суммы.
4. Перестановки, размещения, сочетания. Их число. Гипергеометрическая формула.
5. Относительная частота события. Статистическая вероятность события.
6. Алгебра событий. Условная вероятность. Произведение и сумма событий.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Формула Бернулли.
9. Формулы Лапласа.
10. Формула Пуассона.
11. Случайные величины: дискретные (ДСВ) и непрерывные (НСВ).
Числовые характеристики случайных величин: \bar{X} (\bar{O}); $D(X)$; $\sigma(X)$.
12. Биномиальное распределение ДСВ.
13. Функция распределения и плотность вероятностей НСВ.
14. Нормальное распределение НСВ.
15. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из деления баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = \frac{n}{2^n(n+1)}$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} + \frac{1}{\ln 5} \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n+1}}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / 10^n$.

Вариант 2

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1} / n$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \frac{1}{125} \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-2}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^n n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 3}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

Вариант 3

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 1/(4n^2 - 1)$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5 \cdot 3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^n x^n$.

Вариант 4

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (2n-1)/4^{n-1}$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n} / 9^n$.

Вариант 5

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n-1} / \sqrt[3]{n}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{5}{16} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{1+n^2}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n / n^2$.

Вариант 6

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n! / n^n$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{\sqrt{2}}{1 \cdot 2} - \frac{\sqrt{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\sqrt{4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n \cdot x^n / \sqrt{n}$.

Вариант 7

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 3^n / n!$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / (n(n+1))$.

Вариант 8

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1} / (5n+1)$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2+5} - \frac{1}{4+5} + \frac{1}{8+5} - \frac{1}{16+5} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+5}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x+8)^n / n^2$.

Вариант 9

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n!/n^2$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{2}{4 \cdot 3} + \frac{3}{8 \cdot 4} + \frac{4}{16 \cdot 5} + \frac{5}{32 \cdot 6} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+7^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{7^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1} \right)^n$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^{3n}/8^n$.

Вариант 10

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^n / \sqrt[5]{n}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{13}} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4+8^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)^{n^2}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^5}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / \sqrt{n}$.

Вариант 11

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n!/2^n$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{101} + \frac{2}{104} + \frac{3}{109} + \frac{4}{116} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^2 n}{1+n^2}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / \sqrt{n+6}$.

Вариант 12

1. Написать четыре первых членов ряда, если $a_n = 5^n / n!$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \frac{4}{2} + \frac{9}{6} + \frac{16}{24} + \frac{25}{120} + \frac{36}{720} + \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n + 3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / 2^{n-1}$.

Вариант 13

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1} / (2n - 3)$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{2}{5} + \frac{2^2 \cdot 2^2}{5^2} + \frac{2^3 \cdot 3^2}{5^3} + \frac{2^4 \cdot 4^2}{5^4} + \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)^2}$.

Вариант 14

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 1 / (2^n (n + 3))$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
 - а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^{n-1}}$.

Вариант 15

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^n / (n^2 + 1)$.
2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$
3. Исследовать на сходимость ряды:
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{2^n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «в течение года обанкротятся все три банка».

Вариант 2

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротятся только два банка».

Вариант 3

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 детали из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 4

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 5

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена двумя студентами?

Вариант 6

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена хотя бы одним студентом?

Вариант 7

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «оба трактора исправны».

Вариант 8

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события – «один трактор требует ремонта».

Вариант 9

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «трактор из второй бригады исправен».

Вариант 10

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсменов, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с

соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.

2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.

3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?

4. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

Вариант 11

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?

2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,9; 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 12

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.

2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 13

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?

3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «не обанкротится ни один банк».

Вариант 14

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона содержит цифру 1.

2. Студент выучил 15 вопросов из 30 экзаменационных. Какова вероятность сдать экзамен, если достаточно ответить на 2 вопроса из трёх заданных?
3. В магазин поступили телевизоры от трёх фирм в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры этих фирм прослужат гарантийный срок с вероятностями 0,98; 0,92 и 0,88 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине телевизор прослужит гарантийный срок.
4. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,4; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки только два трактора окажутся исправными?

Вариант 15

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наудачу 4 изделий 2 являются дефектными?
3. В трёх ящиках находятся шары. В первом ящике – 6 синих и 4 красных; во втором ящике – 8 синих и 2 красных; в третьем – 3 синих и 7 красных. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар. Какова вероятность того, что извлечённый шар окажется синим?
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Сходимость степенных рядов, теорема Абеля.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+7^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1} \right)^n; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}.$$

3. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.

4. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти а) плотность вероятности $f(x)$; б) математическое ожидание $M(X)$; в) дисперсию $D(X)$; г) среднее

квадратическое отклонение $\sigma(X)$.
$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ (x+1)/2, & \text{при } -1 \leq x < 1 \\ 1, & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

БИЛЕТ № 2

1. Числовые ряды, частичная сумма ряда, понятие сходимости и расходимости числового ряда.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4+8^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)^{n^2}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}.$$

3. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.

4. Найти а) $M(X)$ б) $D(X)$; в) $\sigma(X)$, если ряд распределения дискретной случайной величины X :

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 2 | 5 | 6 | 7 |
| p | 0,4 | 0,2 | 0,8 | 0,2 |

БИЛЕТ № 3

1. Необходимое условие сходимости.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{1+n^2}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}.$$

3. Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -1 | 1 | 2 | 4 | 5 |
| p | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,2 |

4. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один

шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что следующий шар окажется тоже красным.

БИЛЕТ № 4

- Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
- Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n + 3}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

- Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,2 |

- Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны 0,6; 0,7; 0,75. Найти вероятность того, что он успешно сдаст все экзамены.

БИЛЕТ № 5

- Сформулировать признаки сравнения (перечислить табличные ряды).
- Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n} \right)^{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad 4) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}.$$

- Найти а) $M(X)$ б) $D(X)$; в) $\sigma(X)$, если ряд распределения дискретной случайной величины X :

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 2 | 4 | 6 | 8 |
| p | 0,4 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |

- Среди 20 студентов группы, в которой 7 девушек, разыгрывается 6 билетов в кино. Найти вероятность того, что среди обладателей билетов окажется хотя бы одна девушка.

БИЛЕТ № 6

- Сформулировать признаки Даламбера, Коши.
- Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-1}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}.$$

- Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.
- Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти а) плотность

вероятности $f(x)$; б) $M(X)$; в) $D(X)$; г) $\sigma(X)$. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 / 49, & \text{при } 0 < x \leq 7 \\ 1, & \text{при } x > 7 \end{cases}$

БИЛЕТ № 7

1. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{2^n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.
4. Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -2 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |

БИЛЕТ № 8

1. Признак Даламбера.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+5}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{8^n \cdot n^7}; \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{(n-2)!}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{3n - 2}\right)^n; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}.$$

3. В партии из 12 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных
4. Имеются 2 урны. В первой 7 белых шаров и 3 чёрных, во второй – 3 белых и 4 чёрных. Из первой урны во вторую переложили 2 шара, затем из второй урны наудачу взяли один шар. Какова вероятность того, что этот шар белый?

БИЛЕТ № 9

1. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 3n}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arctg \frac{1}{5^n}\right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^n n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 6}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что следующий шар окажется тоже красным.
4. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого из кубиков написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных в порядке вынимания «в одну линию» кубиках будет получаться слово «спорт».

БИЛЕТ № 10

1. Числовые ряды, понятие сходимости и расходимости числового ряда.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tg \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в

соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

БИЛЕТ № 11

1. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\frac{2}{3}}}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

3. Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -2 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |

4. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей одна годная.

БИЛЕТ № 12

1. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3}; \quad 5) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

3. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее число 30. Какова вероятность того, что это число является делителем 30?

4. Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 4 | 6 | 7 | 8 |
| p | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,6 |

БИЛЕТ № 13

1. Признаки Коши.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n \cdot n^7; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3 \sqrt{n}}.$$

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков равна восьми.
4. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) математическое ожидание a ; в) дисперсию D , если

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 - \cos x & \text{при } 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 1 & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

БИЛЕТ № 14

- Интервал и радиус сходимости степенного ряда
- Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n-3}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

- Дана дискретная случайная величина X . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 4 | 6 | 7 | 8 |
| p | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,1 | 0,6 |

- Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.

БИЛЕТ № 15

- Признак Лейбница.
- Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

- В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.
- Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) математическое ожидание a ; в) дисперсию D , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ x^3/8, & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.