

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:

ФИО: Минцаев Магомед Шавалович

Должность: Ректор

Дата подписания: 16.06.2025 11:13:16

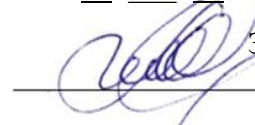
Уникальный программный ключ:

236bcc35c296f119d6aafdc22836b21db52dbc07971a86865a5825f9fa4304cc

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени акад. М.Д. Миллионщикова

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
«22» 05 2025г., протокол № 10

 Заведующий кафедры
С-А.Ю. Муртаев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИКА»

Специальность

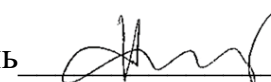
08.05.01 Строительство уникальных зданий и сооружений

Специализация

**«Проектирование, строительство и эксплуатация уникальных бальнеологических,
рекреационных, спортивных объектов и сооружений»**

Квалификация

Инженер-строитель

Исполнитель  А.М.Гачаев

Грозный, 2025

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика»

Код по ФГОС	Индикаторы достижения / Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВ)
ОПК-1 Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук	ОПК-1.1 Знает основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач профессиональной деятельности; ОПК-1.2 Умеет применять основные законы математических и естественных наук для реализации проектных решений в области проектирования и эксплуатации уникальных зданий и сооружений; ОПК-1.3 Владеет методами использования знаний основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области строительства уникальных зданий и сооружений.
ОПК-11 Способен осуществлять постановку и решение научно-технических задач строительной отрасли, выполнять экспериментальные исследования и математическое моделирование, анализировать их результаты, осуществлять организацию выполнения научных исследований	ОПК-11.1 Знает способы и методики выполнения исследования, формулирует цели, задачи и план исследования; ОПК-11.2 Умеет выполнять эмпирические исследования, обрабатывать результаты эмпирических исследований методами математической статистики и теории вероятностей; ОПК-11.3 Умеет обрабатывать результаты математического моделирования, выполнять и контролировать выполнение документального исследования технической информации о профильном объекте строительства. ОПК-11.4 Владеет навыками документации результатов исследования, оформления ответной документации, представления и защиты результатов проведённого исследования.

1. Фонды оценочных средств

1. Положение о курсовых экзаменах и зачётах в Грозненском государственном нефтяном институте. – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2007.
2. Положение о балльно-рейтинговой системе оценки деятельности студента. – ИПЦ ГГНТУ, 2014.
3. Регламент балльно-рейтинговой оценки учебной деятельности студента на кафедре «Высшая математика», 06.02.2014.
4. Положение по организации самостоятельной работы студентов на кафедре.
5. Исаева Л. М. Сборник аттестационных заданий по курсу «Высшая математика для специальностей: «Промышленное и гражданское строительство», «Городское строительство и хозяйство», «Производство строительных материалов, изделий и конструкций», «Теплогазоснабжение и вентиляция», «Экспертиза и управление недвижимостью». – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2008.
6. Образцы экзаменационных билетов.
7. Перечень теоретических вопросов, выносимых на экзамен.
8. Образцы вопросов, выносимых на зачёт.
9. Задания для выполнения индивидуального типового расчёта

Образцы вопросов, выносимых на аттестацию студентов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

1-я рубежная аттестация

1. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 9; \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8; \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

2. Даны координаты точек: $A(2, 0, 1)$, $B(-3, 2, 1)$, $C(4, 2, 0)$ Найти $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \times \vec{AC}$.

3. Упростить выражение: $(3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}) \times (2\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k})$.

2-я рубежная аттестация

1. Даны точки на плоскости $A(2; 5)$, $B(7; 6)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду уравнения в отрезках и построить прямую.
2. Привести общее уравнение кривой второго порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y = 10$ к каноническому виду и построить ее схематически.
3. Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x + 1}{7x^3 + x + 10}$, 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$.

Теоретические вопросы, выносимые на экзамен

Линейная алгебра, элементы векторного анализа, аналитическая геометрия

1. Основные свойства определителей
2. Вывод формул Крамера для решения систем линейных уравнений
3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
4. Матричный способ решения систем линейных уравнений
5. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов
6. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов
7. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов
8. Вывод формулы в координатной форме для смешанного произведения векторов
9. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме)
10. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору прямой
11. Вывод общего уравнения прямой на плоскости
12. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку параллельно направляющему вектору прямой
13. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки
14. Переход от одной формы уравнения прямой к другой форме
15. Вывод канонического уравнения окружности
16. Вывод канонического уравнения эллипса и его анализ
17. Вывод канонического уравнения гиперболы и его анализ
18. Вывод канонического уравнения параболы и его анализ
19. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).
20. Общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках; построение плоскости
21. Угол между двумя плоскостями
22. Условия параллельности и условие перпендикулярности двух плоскостей (вывод)
23. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке
24. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки (вывод)
25. Канонические уравнения прямой в пространстве (вывод)
26. Параметрические уравнения прямой (вывод)
27. Условия параллельности и условие перпендикулярности прямых в пространстве
28. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и условия перпендикулярности прямой и плоскости
29. Точка пересечения прямой и плоскости (вывод)
30. Общее уравнение поверхности. Вывод уравнения сферы
31. Цилиндрические поверхности: определение, эллиптический цилиндр
32. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Их уравнения и анализ

Предел и непрерывность функции

33. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow x_0$
34. Бесконечно малые функции. Ограниченные функции. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями

35. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределённостей вида $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

36. Первый замечательный предел функции $y = \frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$

37. Предел последовательности. Второй замечательный предел. Натуральные логарифмы.

38. Сравнение бесконечно малых функций, Эквивалентные функции Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства непрерывных функций

Образец самостоятельных работ

по разделам: «Элементы линейной и векторной алгебры, аналитическая геометрия»,

Вариант №1

1. Найти произведение $A \cdot B$ и $B \cdot A$ матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ а) методом Крамера, б) методом Гаусса.
3. Даны четыре точки: $A(3;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(4;0;-5)$, $D(-1;2;3)$. Найти, применяя векторную алгебру:
 - а) угол ABC ;
 - б) площадь треугольника ABC ;
 - в) объём пирамиды $ABCD$
4. Привести общее уравнение прямой $3x - 4y + 1 = 0$ к виду в «отрезках» и построить её.
5. Привести общее уравнение кривой второго порядка $3x^2 + 2y^2 + 6x + 4y - 1 = 0$ к каноническому виду и построить её.

Образец задания, выносимого на зачёт

1. Скалярное и векторное произведения векторов. Их определения, свойства.
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$
3. Привести общее уравнение кривой второго порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y = 10$ к каноническому виду и построить её схематически.
4. Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{9 - x^2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 2x + 1}{4x^3 + 3x + 2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{4x^2}$;

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

1-я рубежная аттестация

1) Найти производные функций: 1) $y = 5x^4 + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^4} + 3$, 2) $y = \cos^4 2x$, 3) $y = x^3 \cdot e^{-4x}$,

4) $xy^2 + x^2 + y^2 = 0$.

2-я рубежная аттестация

1) Найти частные производные следующих функций: а) $z = \frac{x}{\sqrt{y}}$; б) $z = \sin \frac{x}{y}$; в) $z = x^{\ln y}$.

2) Найти градиент функции $z = \frac{\sqrt{x}}{y^2}$ в точке $M(16;4)$.

Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.
2. Дифференциал функции и его геометрический смысл
3. Производные основных элементарных функций.
4. Правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции
6. Дифференцирование заданных в параметрической и неявной форме
7. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, Лопиталя
8. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.
9. Максимумы и минимумы функции
10. Порядок исследования функции с помощью производной и построения её графика

Функции нескольких переменных

11. Область определения, линии уровня функции двух переменных.
12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
13. Частные производные. Полный дифференциал.
14. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
15. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

Образец индивидуального типового расчёта

I. Найти производные функций:

1) $y = 5x^4 + \frac{3}{x^2} + \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}} + e^2$;

2) $y = (x^2 + 1) \cdot \cos x$;

$$3) y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}};$$

$$5) y = 3\ln(x^2+1) + \sin^4 x;$$

$$7) y = x^2 \cdot \ln x, \quad y'' - ?;$$

$$9) x^2 + y^2 = \sin(xy);$$

$$*11) y = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\sin x}{2} \right);$$

$$4) y = e^{x^2+3x+4}, \quad y'(2) - ?;$$

$$8) \begin{cases} 6) y = \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}; \\ x = \frac{1}{t+2}, \\ y = \frac{t}{(t+2)^2}, \quad y'_x - ?; \end{cases}$$

$$10) y = (\operatorname{tg} x)^x;$$

$$*12) y = \frac{\sqrt{x+7} \cdot (x-3)^4}{(x+2)^5}.$$

I. Найти указанные пределы, используя правило Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x}}{-\frac{1}{x}};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x \ln(\pi - 2x).$$

II. Провести полное исследование функций и построить их графики:

$$1) y = \frac{x^2}{(x-1)^2};$$

$$2) y = x + e^{-x}.$$

Образец экзаменационного билета

1. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование.

2. Найти интегралы: 1) $\int \left(x^5 - \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} \right) dx$; 2) $\int x \cos x dx$; 3) $\int \frac{4}{5x^2 + 16} dx$.

$$4) \int_1^2 \frac{dx}{x^2}; \quad 5) \int_4^9 \frac{x}{\sqrt{x}-1} dx.$$

4. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$

5. Решить дифференциальные уравнения: 1) $(1 + e^x) y y' = e^x, \quad y(0) = 1$; 2) $y' - \frac{x}{y} = \frac{y}{x};$

$$3) y' + x^2 y = x^2; \quad 4) y' + 2y' = x^2 + 2.$$

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

1-я рубежная аттестация

Найти следующие интегралы: а) $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} - 3 \right) dx$; б) $\int \sin^2 4x dx$; в) $\int_0^1 x e^{-2x} dx$; г)

$$\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

2-я рубежная аттестация

Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + \frac{1}{4}$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y''' - 7y' + 6y = \frac{1}{x}$.

Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика

Интегральное исчисление функций одной переменной

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование,
3. Метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной
4. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле
5. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
6. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование.
7. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
8. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.
10. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
11. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
12. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объёмов тел.
13. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
14. Интегралы от неограниченных функций.

Дифференциальные уравнения

15. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.
16. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
17. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
18. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.
19. Однородные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения.
20. Линейные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения.

21. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: определение, вид общего решения; теорема существования и единственности решения.
22. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка:
 $y' = f(x)$, $y' = f(x, y')$, $y' = f(y, y')$.
23. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения. Теорема существования и единственности решения
24. Линейные однородные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре его решения
25. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
26. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и структура общего решения
27. Линейные неоднородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью
28. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа)
29. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения решения системы уравнений

Ряды

30. Числовые ряды. Основные понятия и свойства числовых рядов. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
31. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
32. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.
33. Степенные ряды. Сходимость степенных рядов: теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
34. Ряд Маклорена. Разложение функций в ряд Маклорена

Образец задания для индивидуального типового расчёта по разделу «Интегральное исчисление»

ВАРИАНТ № 1

Неопределенный интеграл	Определенный интеграл	Несобственный интеграл
Интегрирование подведением под знак дифференциала: 1) $\int \frac{x+1}{2x^2+9} dx$, 2) $\int \frac{e^{\lg x}}{\cos^2 x} dx$	Непосредственное применение формулы Ньютона – Лейбница: 1) $\int_1^4 \frac{(1+\sqrt{x})^2}{x^2} dx$	Интегралы с бесконечными пределами: 1) $\int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$
Интегрирование по частям: 3) $\int (4-3x)e^{-3x} dx$	Замена переменной: 2) $\int_0^{\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$	Интегралы с неограниченными подынтегральными функциями: 2) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$
Интегрирование функции вида $\frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} u \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$; 4) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4+6x-x^2}}$	Площадь плоской фигуры. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: 3) $y = (x-2)^3$; $y = 4x-8$	

Интегрирование рациональных функций: 5) $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx$		
Интегрирование иррациональных функций: 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}$		

Образец задания, выносимого на зачёт

1. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.

2. Найти следующие интегралы: а) $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} - 3 \right) dx$; б) $\int \sin^2 4x dx$; в) $\int_0^1 x e^{-2x} dx$; г)

$$\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y'' - 7y' + 6y = x - 1$.

4. Исследовать на сходимость числовые ряды: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+3}$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$.

ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР

Образцы вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию

1-я рубежная аттестация

1. Вычислить двойной интеграл $\int_D xy^2 dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

2. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного, если область D задана линиями. $D: x^2 = 2 - y; x + y = 0$.

2-я рубежная аттестация

1. В группе 30 студентов, среди которых 9 отличников. Найти вероятность того, что среди отобранных наудачу 11 студентов 6 отличников.

2. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти а) плотность вероятности $f(x)$; б) математическое ожидание $M(X)$; в) дисперсию $D(X)$; г) среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & \text{при } 0 \leq x < 4 \\ 1, & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика

Двойные и тройные интегралы

1. Двойные интегралы. Задачи, приводящие к двойному интегралу (ДИ). Определение ДИ. Теорема существования. Свойства ДИ.
2. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования
3. Вычисление ДИ в полярных координатах
4. Приложения ДИ: вычисление объема тела, площади плоской фигуры, массы плоской пластинки, статических моментов материальной точки, координат центра тяжести, моментов инерции
5. Тройные интегралы. Свойства и вычисление тройных интегралов в декартовых координатах. Вычисление тройных интегралов в цилиндрических и сферических координатах

Основы теории вероятностей и математической статистики

6. Случайные события, пространство событий, алгебра событий. Классическое определение вероятности. Применение элементов комбинаторики к нахождению вероятности.
7. Геометрические вероятности. Статистическое и аксиоматическое определение вероятности, свойства условных вероятностей. Независимость событий.
8. Условная вероятность, свойства условной вероятности. Умножение и сложение вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Случайные величины. Закон распределения дискретной, случайной величины, ее числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение), и их свойства.
10. Биномиальное распределение и распределение Пуассона. Функция распределения и плотность вероятностей непрерывной, случайной величины, ее числовые характеристики.
11. Равномерное и нормальное распределения. Понятия о методе Монте-Карло.
12. Неравенство Чебышева и закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
13. Локальная и интегральная предельные теоремы Лапласа. Распределение случайных ошибок измерения.
14. Генеральная совокупность и выборка. Случайность и репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки, его геометрическое изображение (полигон, гистограмма).
15. Оценка параметров генеральной совокупности по ее выборке. Конечные оценки генеральной средней и генерального среднего квадратичного отклонения.
16. Понятие о несмещенности, состоятельности и эффективности оценки генеральной средней.

17. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Оценки истинного значения измеряемой величины и точности измерений.
18. Проверка статистических гипотез. Понятие о критерии согласия χ^2 . Понятие о простейших случайных процессах.

Образец задания для индивидуального типового расчёта

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.
2. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного, если область D задана линиями. $D: x^2 = 2 - y; x + y = 0$.
3. Вычислить тройной интеграл: $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, $V: 0 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$.
4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{AB} (x + y) dx dy$, где AB – отрезок прямой, соединяющей точки $(0; 0)$ и $(4; 2)$.
5. Вычислить с помощью двойного интеграла объём тела, ограниченного координатными плоскостями $x = 0, y = 0, z = 0$ и плоскостью $x + y + z - 1 = 0$.

1. Вычислить двойной интеграл $\int_D xy^2 dx dy$, где

2. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x^2 + y^2) dx + 2xy dy$ вдоль дуги кубической параболы $y = x^3$ от точки $A(1; 1)$ до точки $B(2; 8)$.

Образец экзаменационного билета

1. Исследовать на сходимость числовые ряды: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+3}$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$.
2. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$.
3. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного, если область D задана линиями. $D: x^2 = 2 - y; x + y = 0$.
4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{AB} (x + y) dx dy$, где AB – отрезок прямой, соединяющей точки $(0; 0)$ и $(4; 2)$.
5. В коробе 6 красных и 4 синих карандаша. Наудачу извлекают три карандаша. Найти вероятность того, что два из них – красные.

Образцы домашних контрольных работ для студентов ЗФО

1-й семестр Контрольная работа №1 Тема: «Элементы линейной и векторной алгебры»

Задача 1. Решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -2x_2 - 5x_3 = -12 \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

- а) методом Крамера;
б) методом Гаусса.

Задача 2. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

A	B	C	D
(2; -1; -4)	(3; -3; -2)	(13; 1; 6)	(10; 3; 4)

Методами векторной алгебры выполните следующие задания:

- 2.1. Запишите проекции векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$ и найдите модули этих векторов
2.2. Определите угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$
2.3. Найдите площадь грани ABC .
2.4. Вычислите объем пирамиды $ABCD$.

Контрольная работа №2 Тема: «Аналитическая геометрия»

Задача 1. В треугольнике ABC заданы координаты вершин:

A	B	C
(-8; -3)	(4; -12)	(8; 10)

Найдите:

- 1.1. Длину стороны AB ;
1.2. Уравнение прямой AB ;
1.3. Уравнение медианы AE ;
1.4. Уравнение высоты CD и ее длину;
1.5. Точку пересечения медианы AE и высоты CD ;
1.6. Уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно прямой AB .

Задача 2. Постройте кривые второго порядка (схематически):

- 2.1. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$
2.2. $25(x-4)^2 + 9(y+4)^2 = 225$
2.3. $4(y-1)^2 - 9(x-1)^2 = 36$
2.4. $y^2 - x + 3 = 0$
2.5. $-3x^2 + y - 2 = 0$

Задача 3. Даны координаты четырех точек A, B, C, M

A	B	C	M
(1; -4; 1)	(4; 4; 0)	(-1; 2; -4)	(-9; 7; 8)

Запишите:

3.1. Уравнение плоскости ABC

3.2. Уравнение плоскости, проходящей через точку M перпендикулярно прямой AB

2-й семестр

Контрольная работа №3

Тема: «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

I. Найти производные заданных функций

$$1) \dot{o} = \sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + 3 \cdot 2^x + 5 \operatorname{ctg} x - 3; \quad 2) \dot{o} = e^x \cdot \cos x; \quad 3) \dot{o} = \frac{\ln x}{\delta^5};$$

$$4) \dot{o} = \log_7(7x^3 + 5); \quad 5) \dot{o} = (4x + 1)^{13}; \quad 6) \dot{o} = \sqrt{\arctg 5x};$$

$$7) \dot{o} = 2 \ln(x^2 + 1) - \sin^4 x; \quad 8) \begin{cases} \ddot{o} = \dot{a}^{2t} \\ y = e^{3t} \end{cases}, \quad y'_x - ?;$$

$$9) \dot{o} = 12 - x^2, \quad \dot{o}''' - ?; \quad 10) x^2 - \ln y + y^2 = 0, \quad y'_o - ?;$$

II. Исследовать функцию и построить её график

$$1) \dot{o} = \frac{x^2 + 16}{x}; \quad 2) \dot{o} = e^{2x + x^2};$$

Контрольная работа №4

Тема: «Функции нескольких переменных»

I. Дана функция $z = x^y$.

$$\text{Показать, что } y \cdot z''_{xy} - (1 + y \ln x) \cdot z'_x = 0;$$

II. Даны функция $z = \arcsin(x^2 y)$, точка $A(1; 2)$ и вектор $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Найти:

1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ;

2) производную функции z в точке A по направлению вектора $\vec{a}$.

III. Экспериментально получены пять значений функции $y = f(x)$ при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблицу:

x	1	2	3	4	5
y	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2

Методом наименьших квадратов найти функцию $y = ax + b$, выражающую приближенно (аппроксимирующую) функцию $\hat{y} = f(x)$. Построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$ в декартовой системе координат.

3-

й семестр

Контрольная работа №5

Тема: «Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Найти неопределённые интегралы; в заданиях а) и б) проверить результаты дифференцированием:

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad \text{б) } \int x \sin x \cos x dx; \quad \text{в) } \int \frac{(2x^2 + x - 4)dx}{x^3 - 4x^2}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x-1} + 1}; \quad \text{д) } \int_2^3 \frac{\sqrt{x+2}}{1+x}.$$

2. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x - 2)^3, y = 4x - 8.$$

Контрольная работа №6

Тема: «Дифференциальные уравнения»

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными $xy' - y = 0$.
2. Решить однородное уравнение $yy' = 2y - x$, если $y(1) = 2$.
3. Решить линейное уравнение $y' - 3\frac{y}{x} = x$.
4. Решить дифференциальное уравнение второго порядка, допускающее понижение порядка $xy' - y' = e^x x^2$.
5. Решить дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами $y' - 2y' + y = e^{2x}$, если $y(0) = y'(0) = 0$.

Контрольная работа №5

Тема: «Числовые и функциональные ряды»

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)(2n+1)$

2. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{4n+1}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} (n+2)!}{(n-1)!}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}.$$

3. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$ с точностью до 0,001.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n^2 + 1}$.
5. Разложить в ряд Маклорена функции: $\hat{a}) f(x) = \cos 5x$, $\hat{a}) f(x) = \frac{x+1}{x+2}$.

Контрольная работа №6

Тема: «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Измените порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$.
2. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями: $\iint_D (x+y) dx dy$, $D: x=0, y=4, x=\sqrt{y}$.
3. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: $y=-2, y=2, y=x+2, y^2=x$.
4. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{x^2+y^2} dx dy$, D – круг радиуса 2.
5. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V xyz dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2+y^2+z^2=1, x=0, y=0, z=0$.
6. Найти массу тела, ограниченного прямым круговым цилиндром радиуса R и высоты H , если его плотность в любой точке численно равна квадрату расстояния этой точки от центра основания цилиндра.
7. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int_{AB} (x^2 - 2y^2) dx + (y^2 - 2xy) dy$, где $\hat{A}\hat{A}$ – отрезок прямой, соединяющий точки $A(-1;-1)$ и $B(1;1)$.

4-

й семестр

Контрольная работа №7

Тема: Кратные и криволинейные интегралы, ряды

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_1^3 dy \int_{-y}^0 f dx$.
2. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанной линиями: $\iint_{(D)} (x+y) dx dy$, $D: x=0; y=4; x=\sqrt{y}$.
3. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2y^2) dx + (y^2 - 2xy) dy$, где L_{AB} : отрезок прямой $y=x$ от $A(-1;-1)$ до $B(1;1)$.
4. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$.
5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n^2 + 1}$.

6. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \cos 5x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №8

1. Имеются две одинаковые урны: в первой 4 белых и 5 черных шаров; во второй 5 белых и 6 черных. Из каждой урны извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут разных цветов. $\left(\frac{49}{99}\right)$

2. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$ (интегральной функцией). Требуется: а) найти плотность вероятности $f(x)$ (дифференциальную функцию); б) найти математическое ожидание $M(X)$; в) найти дисперсию $D(X)$; г) найти среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x^2, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

3. Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал $(\alpha; \beta)$, если: $a = 10$; $\sigma = 3$; $\alpha = 2$; $\beta = 13$.
4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X :

X	-2	2	5	8
p	0,3	0,2	0,4	0,1

а) Построить многоугольник распределения. Найти: б) математическое ожидание $M(X)$; в) дисперсию $D(X)$; г) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

5. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью $\gamma = 0,95$, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ , если: $\bar{x} = 74,36$; $n = 49$; $\sigma = 7$

