

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор

И.Г. Гайрабеков



05 2025 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

«Математика»

Специальность

21.05.01 - Прикладная геодезия

Специализация

"Инженерная геодезия"

Год начала подготовки

2025

Квалификация

Инженер-геодезист

## 1. Цели и задачи дисциплины

Математика является средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, а также частью общей культуры человека. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важную составляющую фундаментальной подготовки специалистов.

**Целью** математического образования специалиста является: обучение студентов основным положениям и методам математики, навыкам построения математических доказательств путем логических рассуждений, методам решения задач. Этот курс включает линейную алгебру, аналитическую геометрию, дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных, интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, основы теории вероятностей и математической статистики. В техническом университете он является базовым курсом, на основе которого студенты должны изучать другие фундаментальные дисциплины, как физика, а также общие профессиональные и специальные дисциплины, требующие хорошей математической подготовки.

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке специалиста, выработку представлений о роли математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Математическое образование специалиста должно быть широким, общим, то есть достаточно фундаментальным. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, точность формулировок математических свойств изучаемых объектов.

**Задачами** изучения дисциплины является обучение студентов основным математическим методам, их знакомство с различными приложениями этих методов к решению практических задач, делая при этом упор на те разделы математики, которые в соответствии с учебными планами имеют важное значение для того или иного профиля подготовки специалистов.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Математика относится к циклу общих математических и естественнонаучных дисциплин.

Основой освоения данной учебной дисциплины является школьный курс математики. Элементы некоторых разделов математики, изучаемых в вузе (линейная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной, аналитическая геометрия), заложены в школьном курсе математики; знание этих элементов обязательно как для углублённого изучения указанных разделов математики в вузе, так и для освоения таких разделов, изучение которых предусмотрено только в высшей математике (дифференциальное исчисление функций нескольких переменных, дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды, вычисление числовых характеристик случайных величин, использование математических методов обработки статистических данных и другие).

Данная дисциплина является предшествующей для следующих естественнонаучных и общепрофессиональных учебных дисциплин, предусмотренных в учебных планах специальностей направления «Строительство»: Физика, Информатика, Теоретическая механика, Механика грунтов, Сопrotивление материалов, Механика жидкости и газа, Строительная механика, Теория упругости с основами теории пластичности и ползучести, Инженерная геодезия, Теоретические основы электротехники, Вероятностные методы строительной механики

и теория надежности строительных конструкций, Информационные технологии в строительстве, Нелинейные задачи строительной механики, Теория расчета пластин и оболочек

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Код по ФГОС	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВ)
<p>ОПК-1 Способен решать производственные и/или исследовательские задачи на основе фундаментальных знаний в области геодезии</p>	<p>ОПК-1.1 Умеет решать инженерные задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии</p> <p>ОПК-1.2 Умеет решать уравнения, описывающие основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа</p>	<p><b>знать</b> методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основы дифференцирования и интегрирования функций, решения дифференциальных уравнений, основные положения теории вероятностей и математической статистики;</p> <p><b>уметь</b> составлять уравнения прямых и кривых линий на плоскости и в пространстве, поверхностей второго порядка, дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных на экстремум, решать простейшие дифференциальные уравнения, исследовать на сходимость ряды, находить числовые характеристики случайных величин;</p> <p>- <b>владеть</b> методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов и навыками применения этих знаний к решению задач механики, сопротивления материалов, теплотехники и гидравлики, других общепрофессиональных и специальных дисциплин, владеть методами использования математических методов обработки экспериментальных данных.</p>

#### 4. Объём дисциплины и виды учебной работы

**Примечание.** В расчётах приняты следующие затраты времени студента: на выполнение домашних заданий – 0,5 ч на 1 ч аудиторных ПЗ; на подготовку к лекциям – 0,25 ч на 1 ч лекций; на подготовку к КР при проведении рубежной аттестации – 4 ч.

Таблица 1

Виды учебной работы	Всего ч/з.ед.		Разбивка по семестрам							
	ОФО	ЗФО	ОФО (в неделю), ч				ЗФО (по семестрам), ч			
			1	2	3	4	1	2	3	4
<b>Аудиторные занятия (всего часов)</b>	<b>264/7,3</b>	<b>80/2,2</b>	<b>68/1,8</b>	<b>64/1,7</b>	<b>68/1,8</b>	<b>64/1,7</b>	<b>20/0,6</b>	<b>20/0,6</b>	<b>20/0,6</b>	<b>20/0,6</b>
В том числе:										
лекции	132/3,6	40/1,1	34/0,9	32/0,8	34/0,9	32/0,8	10/0,3	10/0,3	10/0,3	10/0,3
Практические занятия (ПЗ)	132/3,6	40/1,1	34/0,9	32/0,8	34/0,9	32/0,8	10/0,3	10/0,3	10/0,3	10/0,3
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>348/9,6</b>	<b>532/14,88</b>	<b>79/2,1</b>	<b>79/2,1</b>	<b>78/2,3</b>	<b>78/2,3</b>	<b>137/3,8</b>	<b>133/3,7</b>	<b>133/3,7</b>	<b>133/3,7</b>
В том числе:										
выполнение письменной СР	48/1,3		12/0,3	12/0,3	12/0,3	12/0,3				
выполнение домашних заданий по ПЗ	72/2		18/0,5	18/0,5	18/0,5	18/0,5				
подготовка к лекциям										
подготовка к КР по рубежной аттестации	32/0,8		8/0,2	8/0,2	8/0,2	8/0,2				
Подготовка к практическим занятиям студентами ЗФО		72/2,0					18/0,5	18/0,5	18/0,5	18/0,5
изучение вопросов, вынесенных на СРС	72/2	360/10,1	18/0,5	18/0,5	18/0,5	18/0,5	94/2,6	90/2,5	90/2,5	90/2,5
Подготовка к экзамену,	90/2,5	100/2,7	23/0,6	23/0,6	22/0,6	22/0,6	25/0,6	25/0,6	25/0,6	25/0,6
Подготовка к зачёту										
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>612/17</b>	<b>612/17</b>	<b>181/5,1</b>	<b>143/3,9</b>	<b>146/4,1</b>	<b>142/3,9</b>	165/4,5	149/4,1	149/4,1	149/4,1
<b>Вид отчётности:</b>			экз	экз	экз	экз	экз	экз	экз	экз

#### 5. Содержание учебной дисциплины

Табл.2 составлена в соответствии с данными аудиторной нагрузки, приведенными в табл.1, а содержание вопросов, вынесенных на лекционные и практические занятия (пункты 5.2, 5.3), определено с учётом их важности для изучения как самого раздела, так и

последующих разделов курса математики, а также их роли для изучения обеспечиваемых (последующих) учебных дисциплин, входящих в естественнонаучный, общепрофессиональный и профессиональный циклы **учебного плана**.

### 5. 1. Разделы дисциплины и виды аудиторных занятий

Таблица 2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Распределение часов по видам занятий		
		ЛК	ПЗ	Всего
<b>1 семестр</b>				
	<b>Всего</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>68</b>
1	Линейная алгебра	8	8	16
2	Элементы векторной алгебры	8	8	16
3	Аналитическая геометрия	9	9	18
4	Теория пределов	9	9	18
<b>2 семестр</b>				
	<b>Всего</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>64</b>
5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	20	20	40
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	12	12	24
<b>3 семестр</b>				
	<b>Всего</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>68</b>
7	Интегральное исчисление	14	14	28
8	Дифференциальные уравнения	12	12	24
9	Ряды	8	8	16
<b>4 семестр</b>				
	<b>Всего</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>64</b>
10	Кратные, криволинейные и по- верхностные интегралы	18	18	36
11	Основы теории вероятностей и ма- тематической статистики	14	14	28
	<b>Итого</b>	<b>132</b>	<b>132</b>	<b>264</b>

## 5.2. Лекционные занятия

Количество часов, отведённых на разделы, указано в табл. 2.

Таблица 3

№№ п/п	Наименование дидактической единицы (раздел)	Содержание разделов
<b>1-й семестр</b>		
<b>1</b>	<b>Линейная алгебра</b>	Определители 2-го и 3-го порядка, их свойства. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Понятие об определителе $n$ -го порядка. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Понятие о матрице. Сложение, умножение матриц. Умножение матриц на число. Умножение двух матриц. Обратная матрица. Матричная запись и матричное решение систем уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
<b>2</b>	<b>Элементы векторной алгебры</b>	Векторная алгебра. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов. Линейная зависимость векторов на плоскости. Базис на плоскости. Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства. Направляющие косинусы векторов. Геометрический смысл векторного и смешанного произведений.
<b>3</b>	<b>Аналитическая геометрия</b>	Аналитическая геометрия на плоскости. Различные уравнения прямой линии. Точка пересечения двух прямых, угол между двумя прямыми. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости. Поверхности 2-го порядка и их канонические уравнения: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры 2-го порядка; конус 2-го порядка
<b>4</b>	<b>Теория пределов</b>	Предел функции. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Понятие непрерывности функции. Односторонние пределы. Свойства функций, непрерывных на сегменте: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Точки разрыва, их классификация
<b>2-й семестр</b>		

5	<p><b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b></p>	<p>Определение производной. Производные основных элементарных функций. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Связь дифференциала с производной. Инвариантность формы дифференциала сложной функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя и его использование для раскрытия неопределенностей. Исследование функции с помощью производной. Точки экстремума функции. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения её графика</p>
6	<p><b>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b></p>	<p>Функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня, предел и непрерывность функции нескольких переменных.  Частные производные. Полный дифференциал и его использование для приближённых расчётов. Экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных</p>

**3-й семестр**

7	<b>Интегральное исчисление функций одной переменной</b>	<p>Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной, интегрирование по частям. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра-Лапласа. Предел числовой последовательности. Число <math>e</math>. Натуральные логарифмы. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объёмов тел.</p> <p>Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интегралы от неограниченных функций</p>
8	<b>Дифференциальные уравнения</b>	<p>Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Основные понятия. Теорема существования решения. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Определение и свойства. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного уравнения. Метод Лагранжа. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение однородных уравнений. Решение неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных (уравнения математической физики)</p>

9	<b>Ряды</b>	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости знакоположительного ряда. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Понятие о функциональном ряде. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование рядов. Формулы Маклорена и Тейлора. Разложение функций в ряды
<b>4-й семестр</b>		
10	<b>Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы</b>	Двойной интеграл, его свойства и вычисление сведением к повторному. Понятие о тройном интеграле. Замена переменных в кратных интегралах. Криволинейные интегралы, их свойства и вычисление. Поверхностные интегралы. Приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов
11	<b>Основы теории вероятностей и математической статистики</b>	Общие правила комбинаторики: правило суммы, правило произведения. Выборки элементов. Размещения, перестановки, сочетания. Случайные события и операции над ними. Несовместные события. Полная группа попарно несовместных событий. Классическое определение вероятности. Свойства классической вероятности. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные испытания. Биномиальное распределение. Формула Бернулли. Наивероятнейшее значение числа появления события. Локальная теорема Муавра - Лапласа. Распределение Пуассона. Полиномиальное распределение. Случайная величина. Функция распределения. Свойства функции распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения, её свойства. Нормальный закон распределения. Независимые случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, её свойства. Коэффициент корреляции, его свойства. Основные понятия математической статистики: выборочная совокупность, генеральная совокупность, повторная выборка, бесповторная выборка, относительный показатель выборки. Ошибка репрезентативности. Генеральная средняя, выборочная средняя. Устойчивость выборочных средних. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте. Статистическое распределение выборки. Полигон частот, гистограмма частот

### 5.3. Практические занятия

Табл. 4 составлена в соответствии с данными, приведенными в табл.1 и 2

Таблица 4

Номера разделов	Тематика практических занятий
<b>1-й семестр</b>	
1	<p><b>Линейная алгебра.</b> Вычисление определителей 2-го и 3-го, <math>n</math>-го порядка. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Сложение и умножение матриц. Умножение двух матриц. Нахождение обратной матрицы. Решение систем уравнений матричным методом. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.</p>
2	<p><b>Векторная алгебра.</b> Решение задач на нахождение координатной формы записи вектора, его длины, определения их взаимного расположения на плоскости и в пространстве. Вычисление скалярного произведения векторов, нахождение условия их перпендикулярности. Скалярное произведение двух векторов, условие перпендикулярности векторов. Векторное и смешанное произведения векторов и их геометрический смысл. Приложение векторного и смешанного произведений векторов для решения геометрических задач.</p>
3	<p><b>Аналитическая геометрия.</b> Аналитическая геометрия на плоскости. Различные уравнения прямой линии. Переход от одного вида прямой к другому виду. Точка пересечения двух прямых, угол между двумя прямыми. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Виды уравнений плоскости: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости; уравнение плоскости в отрезках. Задачи на построение плоскости, вычисление расстояния от данной точки до плоскости, угла между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости. Поверхности 2-го порядка и их канонические уравнения: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры 2-го порядка; конус 2-го порядка.</p>
4	<p><b>Теория пределов.</b> Предел функции. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми. Раскрытие неопределенностей. Первый и второй «замечательные» пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Понятие непрерывности функции. Односторонние пределы. Свойства функций, непрерывных на сегменте: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Точки разрыва, их классификация.</p>

<b>2-й семестр</b>	
5	<p><b>Дифференциальное исчисление функций одной переменной.</b> Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал функции, его геометрический смысл и использование для приближённых вычислений.</p> <p>Правило Лопиталья и его использование для раскрытия неопределенностей. Исследование функции с помощью производной: нахождение её экстремумов, наибольшего и наименьшего значений на заданном отрезке. Асимптоты графика функции. Общая схема полного исследования функции и построения её графика.</p>
6	<p><b>Функции нескольких переменных.</b> Область определения, линии уровня, предел и непрерывность функции нескольких переменных.</p> <p>Частные производные. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.</p>
<b>3-й семестр</b>	
7	<p><b>Интегральное исчисление.</b> Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной, метод интегрирования по частям. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра-Лапласа. Многочлены. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка. Вычисление определённого интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям для определённого интеграла. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длины дуги кривой, объёмов тел. Несобственные интегралы. Вычисление интегралов с бесконечными границами и интегралов от разрывных функций.</p>
8	<p><b>Дифференциальные уравнения.</b> Уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.</p>
9	<p><b>Ряды.</b> Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости знакоположительного ряда. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Понятие о функциональном ряде. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Разложение функций в ряд Тейлора и в ряд Маклорна.</p>
<b>4-й семестр</b>	

10	<p><b>Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.</b> Двойной интеграл, его свойства. Изменение порядка интегрирования. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Тройной интеграл и его вычисление. Замена переменных в кратных интегралах. Криволинейные интегралы и их вычисление. Поверхностные интегралы и их вычисление. Приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.</p>
11	<p><b>Основы теории вероятностей и математической статистики.</b> Общие правила комбинаторики: правило суммы, правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания. Случайные события и операции над ними. Несовместные события. Полная группа попарно несовместных событий. Классическое определение вероятности. Свойства классической вероятности. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные испытания. Биномиальное распределение. Формула Бернулли. Наивероятнейшее значение числа появления события. Локальная теорема Муавра - Лапласа. Распределение Пуассона. Полиномиальное распределение. Случайная величина. Функция распределения. Свойства функции распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения, её свойства. Нормальный закон распределения. Независимые случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, её свойства. Коэффициент корреляции, его свойства. Основные понятия математической статистики: выборочная совокупность, генеральная совокупность, повторная выборка, бесповторная выборка, относительный показатель выборки. Ошибка репрезентативности. Генеральная средняя, выборочная средняя. Устойчивость выборочных средних. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте. Статистическое распределение выборки. Полигон частот, гистограмма частот</p>

## 6. Самостоятельная работа студентов по дисциплине

Самостоятельная работа студентов **организуется** в соответствии с «Положением по организации самостоятельной работы студентов на кафедре» следующим образом:

- на первом практическом занятии руководителем этих занятий даются подробные пояснения о принятом в университете «Положении об аттестации студентов ГГНТУ» и «Регламенте балльно-рейтинговой оценки учебной деятельности студента по кафедре «Высшая математика»;
- организуется выдача на кафедре студентам заданий по индивидуальным типовым расчетам (ИТР) не позднее, чем в течение первых двух недель с начала семестра;
- в конце каждого практического занятия студентам выдаётся домашнее задание, включая в него задачи из варианта студента по его индивидуальному типовому расчёту; в начале следующего занятия осуществляется проверка домашнего задания и даётся оценка его выполнению, которая учитывается при аттестации учебной деятельности студента;
- на консультациях, проводимых преподавателем по утверждённому на кафедре графику, контролируется ход выполнения студентами ИТР, а также им оказывается помощь по возникающим у них вопросам;
- организуется защита ИТР до начала зачётно-экзаменационной сессии;
- в начале лекционных занятий проверяется работа студентов над материалом предыдущей Лекции устным тестированием; оценки этого тестирования также учитываются при подведении итогов аттестации студентов.

Ниже приведены темы, выносимые на самостоятельную работу студентов.

### Из курса элементарная математика

№№ п/п	Темы занятий	Кол. часов
1	Множество действительных чисел. Натуральные числа. Свойства натуральных чисел. Действия сложения, вычитания, умножения, деления натуральных чисел. Отрицательные числа. Рациональные и иррациональные числа. Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение действительных и комплексных чисел. Порядок выполнения действий в выражениях с числами. Простые и составные числа. Признаки делимости	2
2	Обыкновенные дроби. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю. Сравнение дробей. Пропорции и их свойства. Десятичные дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные и обратно. Периодические и непериодические десятичные дроби. Округление дробей	2
3	Степень с рациональным показателем и её свойства. Арифметический корень $n$ -ой степени и его свойства. Логарифмы и их свойства.	2
4	Одночлены и многочлены. Действия над многочленами: раскрытие скобок, приведение подобных членов, вынесение общего множителя за скобки. Разложение многочлена на множители. Формулы сокращенного умножения. Бином Ньютона. Алгебраические дроби и тождества. Преобразование алгебраических выражений.	2
5	Алгебраические уравнения. Корни уравнения. Равносильность уравнений. Линейные уравнения с одним неизвестным вида $ax = b$ и уравнения, приводящиеся к ним. Системы линейных уравнений с двумя неизвестными: метод подстановки, метод сложения	2
6	Квадратные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Иррациональные уравнения	2
7	Неравенства и их свойства. Равносильные неравенства. Линейные неравен-	2

	ства. Метод промежутков решения неравенств	
8	Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и область значений функции. Линейная функция $y=ax+b$ , ее свойства и график. Графический способ решения системы из двух линейных уравнений	2
9	Квадратичная, показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.	2
10	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	2
11	Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия.	2
12	Определения тригонометрических функций произвольного угла. Область определения и область значений тригонометрических функций. Основные тригонометрические тождества	2
13	Значения тригонометрических функций углов в $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ , $90^\circ$ , $180^\circ$ , $270^\circ$ , $360^\circ$ . Знаки тригонометрических функций по четвертям. Четность, нечетность, периодичность. Формулы приведения	1
14	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	1
15	Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения	2
16	Планиметрия. Треугольник, его виды, признаки равенства и признаки подобия треугольников. Сумма внутренних углов. Высота, медиана, биссектриса в треугольнике. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора	2
17	Виды четырехугольников: прямоугольник, параллелограмм, ромб, квадрат, трапеция (определение, свойства). Формулы площадей этих фигур	2
18	Окружность. Центральные и вписанные углы. Свойства вписанных и описанных треугольников. Длина окружности и площадь круга.	2
19	Стереометрия. Объёмы и площади поверхностей тел: призмы, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра, конуса, сферы, шара	2
ИТОГО:		36

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. **Батаева М.Т.** Практикум по элементарной математике для учащихся школ и студентов. – Грозный: ИПЦ ГГНИ, 2004.
2. **Мордкович А. Г.** Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2000.
3. **Мордкович А. Г.** Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2000.
4. **Саидов А. А.** Математика. Краткий справочник для учащихся школ и студентов. – Грозный: ИПЦ ГГНИ, 2005.

## Из курса «Математика»

**Из раздела «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных:**  
применение дифференциала к приближенным вычислениям.

**Из раздела «Интегральное исчисление»:**  
приближённое вычисление определённых интегралов.

**Из раздела «Дифференциальные уравнения»:**  
системы дифференциальных уравнений; нормальная система; метод исключения решения системы дифференциальных уравнений.

**Из раздела «Основы теории вероятностей и математической статистики»:**  
нормированная случайная величина; закон больших чисел; неравенство Чебышева. теорема Чебышева; теорема Бернулли, Теорема Маркова; Теорема Пуассона; Интегральная теорема Муавра – Лапласа.

## 7. Фонды оценочных средств

1. Положение о курсовых экзаменах и зачётах в Грозненском государственном нефтяном институте.– Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2007.
2. Положение о балльно-рейтинговой системе оценки деятельности студента.– ИПЦ ГГНТУ, 2014.
3. Регламент балльно-рейтинговой оценки учебной деятельности студента на кафедре «Высшая математика», 06.02.2014.
4. Положение по организации самостоятельной работы студентов на кафедре.
5. Исаева Л. М. Сборник аттестационных заданий по курсу «Высшая математика для специальностей: «Промышленное и гражданское строительство», «Городское строительство и хозяйство», «Производство строительных материалов, изделий и конструкций», «Теплогазоснабжение и вентиляция», «Экспертиза и управление недвижимостью». – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2008.
6. Образцы экзаменационных билетов.
7. Перечень теоретических вопросов, выносимых на экзамен.
8. Образцы вопросов, выносимых на зачёт.
9. Задания для выполнения индивидуального типового расчёта

### Образцы вопросов, выносимых на аттестацию студентов

### ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

### Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

#### 1-я рубежная аттестация

1. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 9; \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8; \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

2. Даны координаты точек:  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(-3, 2, 1)$ ,  $C(4, 2, 0)$  Найти  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ,  $\vec{AB} \times \vec{AC}$ .

3. Упростить выражение:  $(3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}) \times (2\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k})$ .

#### 2-я рубежная аттестация

1. Даны точки на плоскости  $A(2; 5)$ ,  $B(7; 6)$ . Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду уравнения в отрезках и построить прямую.
2. Привести общее уравнение кривой второго порядка  $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y = 10$  к каноническому виду и построить ее схематически.
3. Найти пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x + 1}{7x^3 + x + 10}$ , 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ .

### **Теоретические вопросы, выносимые на экзамен**

#### **Линейная алгебра, элементы векторного анализа, аналитическая геометрия**

1. Основные свойства определителей
2. Вывод формул Крамера для решения систем линейных уравнений
3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
4. Матричный способ решения систем линейных уравнений
5. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов
6. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов
7. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов
8. Вывод формулы в координатной форме для смешанного произведения векторов
9. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме)
10. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору прямой
11. Вывод общего уравнения прямой на плоскости
12. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку параллельно направляющему вектору прямой
13. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки
14. Переход от одной формы уравнения прямой к другой форме
15. Вывод канонического уравнения окружности
16. Вывод канонического уравнения эллипса и его анализ
17. Вывод канонического уравнения гиперболы и его анализ
18. Вывод канонического уравнения параболы и его анализ
19. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).
20. Общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках; построение плоскости
21. Угол между двумя плоскостями
22. Условия параллельности и условие перпендикулярности двух плоскостей (вывод)
23. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке
24. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки (вывод)
25. Канонические уравнения прямой в пространстве (вывод)
26. Параметрические уравнения прямой (вывод)
27. Условия параллельности и условие перпендикулярности прямых в пространстве
28. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и условия перпендикулярности прямой и плоскости
29. Точка пересечения прямой и плоскости (вывод)
30. Общее уравнение поверхности. Вывод уравнения сферы
31. Цилиндрические поверхности: определение, эллиптический цилиндр
32. Однополостный и двуполостный гиперboloиды. Их уравнения и анализ

#### **Предел и непрерывность функции**

33. Предел функции при  $x \rightarrow +\infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow x_0$
34. Бесконечно малые функции. Ограниченные функции. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями

35. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределённостей вида  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$
36. Первый замечательный предел функции  $y = \frac{\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$
37. Предел последовательности. Второй замечательный предел. Натуральные логарифмы.
38. Сравнение бесконечно малых функций, Эквивалентные функции Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства непрерывных функций

### Образец самостоятельных работ

по разделам: «Элементы линейной и векторной алгебры, аналитическая геометрия»,

#### Вариант №1

1. Найти произведение  $A \cdot B$  и  $B \cdot A$  матриц  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
2. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$  а) методом Крамера, б) методом Гаусса.
3. Даны четыре точки:  $A(3;2;1), B(2;-1;0), C(4;0;-5), D(-1;2;3)$ . Найти, применяя векторную алгебру:
  - а) угол  $ABC$ ;
  - б) площадь треугольника  $ABC$ ;
  - в) объём пирамиды  $ABCD$
4. Привести общее уравнение прямой  $3x - 4y + 1 = 0$  к виду в «отрезках» и построить её.
5. Привести общее уравнение кривой второго порядка  $3x^2 + 2y^2 + 6x + 4y - 1 = 0$  к каноническому виду и построить её.

#### Образец задания, выносимого на зачёт

1. Скалярное и векторное произведения векторов. Их определения, свойства.
2. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$
3. Привести общее уравнение кривой второго порядка  $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y = 10$  к каноническому виду и построить ее схематически.
4. Найти пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{9 - x^2}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 2x + 1}{4x^3 + 3x + 2}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{4x^2}$ ;

## ВТОРОЙ СЕМЕСТР

### Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

#### 1-я рубежная аттестация

1) Найти производные функций: 1)  $y = 5x^4 + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^4} + 3$ , 2)  $y = \cos^4 2x$ , 3)  $y = x^3 \cdot e^{-4x}$ ,

4)  $xy^2 + x^2 + y^2 = 0$ .

#### 2-я рубежная аттестация

1) Найти частные производные следующих функций: а)  $z = \frac{x}{\sqrt{y}}$ ; б)  $z = \sin \frac{x}{y}$ ; в)  $z = x^{\ln y}$ .

2) Найти градиент функции  $z = \frac{\sqrt{x}}{y^2}$  в точке  $M(16; 4)$ .

### Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика

#### Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.
2. Дифференциал функции и его геометрический смысл
3. Производные основных элементарных функций.
4. Правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции
6. Дифференцирование заданных в параметрической и неявной форме
7. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, Лопиталя
8. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.
9. Максимумы и минимумы функции
10. Порядок исследования функции с помощью производной и построения её графика

#### Функции нескольких переменных

11. Область определения, линии уровня функции двух переменных.
12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
13. Частные производные. Полный дифференциал.
14. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
15. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

### Образец индивидуального типового расчёта

I. Найти производные функций:

1)  $y = 5x^4 + \frac{3}{x^2} + \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}} + e^2$ ;

2)  $y = (x^2 + 1) \cdot \cos x$ ;

3)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$ ;

4)  $y = e^{x^2+3x+4}$ ,  $y'(2) = ?$ ;

5)  $y = 3\ln(x^2+1) + \sin^4 x$ ;

6)  $y = \sqrt{\arctg 2x}$ ;

7)  $y = x^2 \cdot \ln x$ ,  $y''' = ?$ ;

8) 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{t+2}, \\ y = \frac{t}{(t+2)^2}, \end{cases} \quad y'_x = ?$$

9)  $x^2 + y^2 = \sin(xy)$ ;

10)  $y = (\operatorname{tg} x)^x$ ;

\*11)  $y = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\sin x}{2}\right)$ ;

\*12)  $y = \frac{\sqrt{x+7} \cdot (x-3)^4}{(x+2)^5}$ .

II. Найти указанные пределы, используя правило Лопиталья:

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$ ;

4)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x \ln(\pi - 2x)$ .

III. Провести полное исследование функций и построить их графики:

1)  $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ ;

2)  $y = x + e^{-x}$ .

### Образец экзаменационного билета

1. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование.

2. Найти интегралы: 1)  $\int \left( x^5 - \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} \right) dx$ ; 2)  $\int x \cos x dx$ ; 3)  $\int \frac{4}{5x^2 + 16} dx$ .

4)  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$ ; 5)  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} dx$ .

4. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$ .

5. Решить дифференциальные уравнения: 1)  $(1 + e^x) y y' = e^x$ ,  $y(0) = 1$ ; 2)  $y' - \frac{x}{y} = \frac{y}{x}$ ;

3)  $y' + x^2 y = x^2$ ; 4)  $y'' + 2y' = x^2 + 2$ .

## ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

### Образцы вопросов, выносимых на рубежную аттестацию

#### 1-я рубежная аттестация

Найти следующие интегралы: а)  $\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} - 3 \right) dx$ ; б)  $\int \sin^2 4x dx$ ; в)  $\int_0^1 x e^{-2x} dx$ ; г)

$$\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

#### 2-я рубежная аттестация

Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y+3}{x^2}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$ ; в)  $xy' - 2y = 3x^3$ ; г)  $y'' - 7y' + 6y = x - 1$ .

### Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика Интегральное исчисление функций одной переменной

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование,
3. Метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной
4. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле
5. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
6. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование.
7. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
8. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.
10. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
11. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
12. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объёмов тел.
13. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
14. Интегралы от неограниченных функций.

### Дифференциальные уравнения

15. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.
16. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
17. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
18. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.
19. Однородные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения.
20. Линейные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения.

21. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: определение, вид общего решения; теорема существования и единственности решения.
22. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка:  
 $y'' = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$ .
23. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения. Теорема существования и единственности решения
24. Линейные однородные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре его решения
25. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
26. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и структура общего решения
27. Линейные неоднородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью
28. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа)
29. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения решения системы уравнений

### Ряды

30. Числовые ряды. Основные понятия и свойства числовых рядов. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
31. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
32. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.
33. Степенные ряды. Сходимость степенных рядов: теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
34. Ряд Маклорена. Разложение функций в ряд Маклорена

### Образец задания для индивидуального типового расчёта по разделу «Интегральное исчисление»

ВАРИАНТ № 1

Неопределенный интеграл	Определенный интеграл	Несобственный интеграл
Интегрирование подведением под знак дифференциала: 1) $\int \frac{x+1}{2x^2+9} dx$ , 2) $\int \frac{e^{\operatorname{tg}x}}{\cos^2 x} dx$	Непосредственное применение формулы Ньютона – Лейбница: 1) $\int_1^4 \frac{(1+\sqrt{x})^2}{x^2} dx$	Интегралы с бесконечными пределами: 1) $\int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$
Интегрирование по частям: 3) $\int (4-3x)e^{-3x} dx$	Замена переменной: 2) $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$	Интегралы с неограниченными подынтегральными функциями: 2) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$
Интегрирование функции вида $\frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ и $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ : 4) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4+6x-x^2}}$	Площадь плоской фигуры. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: 3) $y = (x-2)^3$ ; $y = 4x-8$	

Интегрирование рациональных функций: 5) $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx$		
Интегрирование иррациональных функций: 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}$		

### Образец задания, выносимого на зачёт

1. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.

2. Найти следующие интегралы: а)  $\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} - 3 \right) dx$ ; б)  $\int \sin^2 4x dx$ ; в)  $\int_0^1 x e^{-2x} dx$ ; г)

$$\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y+3}{x^2}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$ ; в)  $xy' - 2y = 3x^3$ ; г)  $y'' - 7y' + 6y = x - 1$ .

4. Исследовать на сходимость числовые ряды:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+3}$ ;  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ .

### ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР

#### Образцы вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию

##### 1-я рубежная аттестация

1. Вычислить двойной интеграл  $\int_D xy^2 dx dy$ , где  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

2. Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного, если область  $D$  задана линиями.  $D: x^2 = 2 - y; x + y = 0$ .

##### 2-я рубежная аттестация

1. В группе 30 студентов, среди которых 9 отличников. Найти вероятность того, что среди отобранных наудачу 11 студентов 6 отличников.

2. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти а) плотность вероятности  $f(x)$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ ; в) дисперсию  $D(X)$ ; г) среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & \text{при } 0 \leq x < 4 \\ 1, & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

## **Теоретические вопросы, выносимые на экзамен по курсу математика**

### **Двойные и тройные интегралы**

1. Двойные интегралы. Задачи, приводящие к двойному интегралу (ДИ). Определение ДИ. Теорема существования. Свойства ДИ.
2. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования
3. Вычисление ДИ в полярных координатах
4. Приложения ДИ: вычисление объема тела, площади плоской фигуры, массы плоской пластинки, статических моментов материальной точки, координат центра тяжести, моментов инерции
5. Тройные интегралы. Свойства и вычисление тройных интегралов в декартовых координатах. Вычисление тройных интегралов в цилиндрических и сферических координатах

### **Основы теории вероятностей и математической статистики**

6. Случайные события, пространство событий, алгебра событий. Классическое определение вероятности. Применение элементов комбинаторики к нахождению вероятности.
7. Геометрические вероятности. Статистическое и аксиоматическое определение вероятности, свойства условных вероятностей. Независимость событий.
8. Условная вероятность, свойства условной вероятности. Умножение и сложение вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Случайные величины. Закон распределения дискретной, случайной величины, ее числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение), и их свойства.
10. Биномиальное распределение и распределение Пуассона. Функция распределения и плотность вероятностей непрерывной, случайной величины, ее числовые характеристики.
11. Равномерное и нормальное распределения. Понятия о методе Монте-Карло.
12. Неравенство Чебышева и закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
13. Локальная и интегральная предельные теоремы Лапласа. Распределение случайных ошибок измерения.
14. Генеральная совокупность и выборка. Случайность и репрезентативность выборки. Статистическое распределение выборки, его геометрическое изображение (полигон, гистограмма).
15. Оценка параметров генеральной совокупности по ее выборке. Конечные оценки генеральной средней и генерального среднего квадратичного отклонения.
16. Понятие о несмещенности, состоятельности и эффективности оценки генеральной средней.

17. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Оценки истинного значения измеряемой величины и точности измерений.
18. Проверка статических гипотез. Понятие о критерии согласия  $\chi^2$ . Понятие о простейших случайных процессах.

### Образец задания для индивидуального типового расчёта

- Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$ .
- Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного, если область  $D$  задана линиями.  $D: x^2 = 2 - y; \quad x + y = 0$ .
- Вычислить тройной интеграл:  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 3, \quad -1 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 1$ .
- Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{AB} (x + y) dx dy$ , где  $AB$  – отрезок прямой, соединяющей точки  $(0; 0)$  и  $(4; 2)$ .
- Вычислить с помощью двойного интеграла объём тела, ограниченного координатными плоскостями  $x = 0, y = 0, z = 0$  и плоскостью  $x + y + z - 1 = 0$ .
  - Вычислить двойной интеграл  $\int_D xy^2 dx dy$ , где
  - Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + y^2) dx + 2xy dy$  вдоль дуги кубической параболы  $y = x^3$  от точки  $A(1; 1)$  до точки  $B(2; 8)$ .

### Образец экзаменационного билета

- Исследовать на сходимость числовые ряды:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+3}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ .
- Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$ .
- Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного, если область  $D$  задана линиями.  $D: x^2 = 2 - y; \quad x + y = 0$ .
- Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{AB} (x + y) dx dy$ , где  $AB$  – отрезок прямой, соединяющей точки  $(0; 0)$  и  $(4; 2)$ .
- В коробе 6 красных и 4 синих карандаша. Наудачу извлекают три карандаша. Найти вероятность того, что два из них - красные.

## Образцы домашних контрольных работ для студентов ЗФО

### 1-й семестр

#### Контрольная работа №1

Тема: «Элементы линейной и векторной алгебры»

**Задача 1.** Решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -2x_2 - 5x_3 = -12 \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

- а) методом Крамера;  
б) методом Гаусса.

**Задача 2.** Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :

$A$	$B$	$C$	$D$
(2; -1; -4)	(3; -3; -2)	(13; 1; 6)	(10; 3; 4)

Методами векторной алгебры выполните следующие задания:

- Запишите проекции векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$  и найдите модули этих векторов
- Определите угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$
- Найдите площадь грани  $ABC$ .
- Вычислите объем пирамиды  $ABCD$ .

#### Контрольная работа №2

Тема: «Аналитическая геометрия»

**Задача 1.** В треугольнике  $ABC$  заданы координаты вершин:

$A$	$B$	$C$
(-8; -3)	(4; -12)	(8; 10)

Найдите:

- Длину стороны  $AB$ ;
- Уравнение прямой  $AB$ ;
- Уравнение медианы  $AE$ ;
- Уравнение высоты  $CD$  и ее длину;
- Точку пересечения медианы  $AE$  и высоты  $CD$ ;
- Уравнение прямой, проходящей через точку  $C$  параллельно прямой  $AB$ .

**Задача 2.** Постройте кривые второго порядка (схематически):

- $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$
- $25(x-4)^2 + 9(y+4)^2 = 225$
- $4(y-1)^2 - 9(x-1)^2 = 36$
- $y^2 - x + 3 = 0$
- $-3x^2 + y - 2 = 0$

**Задача 3.** Даны координаты четырех точек  $A, B, C, M$

$A$	$B$	$C$	$M$
(1; -4; 1)	(4; 4; 0)	(-1; 2; -4)	(-9; 7; 8)

Запишите:

3.1. Уравнение плоскости  $ABC$

3.2. Уравнение плоскости, проходящей через точку  $M$  перпендикулярно прямой  $AB$

## 2-й семестр

### Контрольная работа №3

**Тема: «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»**

*I. Найдите производные заданных функций*

$$1) \dot{o} = \sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + 3 \cdot 2^x + 5 \operatorname{ctg} x - 3; \quad 2) \dot{o} = e^x \cdot \cos x; \quad 3) \dot{o} = \frac{\ln x}{\tilde{o}^5};$$

$$4) \dot{o} = \log_7(7x^3 + 5), \quad 5) \dot{o} = (4x + 1)^{13}; \quad 6) \dot{o} = \sqrt{\operatorname{arctg} 5x};$$

$$7) \dot{o} = 2 \ln(x^2 + 1) - \sin^4 x; \quad 8) \begin{cases} \tilde{o} = \tilde{a}^{2t} \\ y = e^{3t}, \quad y'_x - ?; \end{cases}$$

$$9) \dot{o} = 12 - x^2, \quad \dot{o}''' - ?; \quad 10) x^2 - \ln y + y^2 = 0, \quad y'_o - ?;$$

*II. Исследовать функцию и построить её график*

$$1) \dot{o} = \frac{x^2 + 16}{x}; \quad 2) \dot{o} = e^{2x+x^2};$$

### Контрольная работа №4

**Тема: «Функции нескольких переменных»**

*I. Дана функция  $z = x^y$ .*

*Показать, что  $y \cdot z''_{xy} - (1 + y \ln x) \cdot z'_x = 0$ ;*

*II. Даны функция  $z = \arcsin(x^2 y)$ , точка  $A(1; 2)$  и вектор  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ . Найдите:*

1)  $\operatorname{grad} z$  в точке  $A$ ;

2) производную функции  $z$  в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

*III. Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблицу:*

$x$	1	2	3	4	5
$y$	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2

Методом наименьших квадратов найти функцию  $y = ax + b$ , выражающую приближенно (аппроксимирующую) функцию  $\phi = f(x)$ . Построить экспериментальные точки и график функции  $y = ax + b$  в декартовой системе координат.

### 3-й семестр

#### Контрольная работа №5

##### Тема: «Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Найти неопределённые интегралы; в заданиях а) и б) проверить результаты дифференцированием:

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}; \quad \text{б) } \int x \sin x \cos x dx; \quad \text{в) } \int \frac{(2x^2 + x - 4) dx}{x^3 - 4x^2}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x-1} + 1}; \quad \text{д) } \int_2^3 \frac{\sqrt{x+2}}{1+x}.$$

2. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x - 2)^3, y = 4x - 8.$$

#### Контрольная работа №6

##### Тема: «Дифференциальные уравнения»

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными  $xy' - y = 0$ .
2. Решить однородное уравнение  $yy' = 2y - x$ , если  $y(1) = 2$ .
3. Решить линейное уравнение  $y' - 3\frac{y}{x} = x$ .
4. Решить дифференциальное уравнение второго порядка, допускающее понижение порядка  $xy'' - y' = e^x x^2$ .
5. Решить дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' - 2y' + y = e^{2x}$ , если  $y(0) = y'(0) = 0$ .

#### Контрольная работа №5

##### Тема: «Числовые и функциональные ряды»

1. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

2. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{4n+1}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} (n+2)!}{(n-1)!}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}.$$

3. Вычислить сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$  с точностью до 0,001.

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n^2 + 1}$ .
5. Разложить в ряд Маклорена функции:  $\hat{a}) f(x) = \cos 5x$ ,  $\acute{a}) f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .

### Контрольная работа №6

Тема: «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Измените порядок интегрирования:  $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$ .
2. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями:  $\iint_D (x+y) dx dy$ ,  $D: x=0, y=4, x=\sqrt{y}$ .
3. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:  $y=-2, y=2, y=x+2, y^2=x$ .
4. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл  $\iint_D \sqrt{x^2+y^2} dx dy$ ,  $D$  – круг радиуса 2.
5. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V xyz dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $x^2+y^2+z^2=1, x=0, y=0, z=0$ .
6. Найти массу тела, ограниченного прямым круговым цилиндром радиуса  $R$  и высоты  $H$ , если его плотность в любой точке численно равна квадрату расстояния этой точки от центра основания цилиндра.
7. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода  $\int_{AB} (x^2 - 2y^2) dx + (y^2 - 2xy) dy$ , где  $\hat{A}\hat{A}$  – отрезок прямой, соединяющий точки  $A(-1; -1)$  и  $B(1; 1)$ .

### 4-й семестр

### Контрольная работа №7

Тема: Кратные и криволинейные интегралы, ряды

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_1^3 dy \int_{-y}^0 f dx$ .
2. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанной линиями:  $\iint_{(D)} (x+y) dx dy$   $D: x=0; y=4; x=\sqrt{y}$ .
3. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2y^2) dx + (y^2 - 2xy) dy$ , где  $L_{AB}$ : отрезок прямой  $y=x$  от  $A(-1; -1)$  до  $B(1; 1)$ .
4. Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$ .
5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n^2 + 1}$ .

6. Разложить в ряд Маклорена функцию  $f(x) = \cos 5x$ .

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №8

1. Имеются две одинаковые урны: в первой 4 белых и 5 черных шаров; во второй 5 белых и 6 черных. Из каждой урны извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут разных цветов.  $\left(\frac{49}{99}\right)$
2. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$  (интегральной функцией). Требуется: а) найти плотность вероятности  $f(x)$  (дифференциальную функцию); б) найти математическое ожидание  $M(X)$ ; в) найти дисперсию  $D(X)$ ; г) найти среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x^2, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

3. Известны математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  нормально распределенной случайной величины  $X$ . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал  $(\alpha; \beta)$ , если:  $a = 10$ ;  $\sigma = 3$ ;  $\alpha = 2$ ;  $\beta = 13$ .
4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	-2	2	5	8
$P$	0,3	0,2	0,4	0,1

- а) Построить многоугольник распределения. Найти: б) математическое ожидание  $M(X)$ ; в) дисперсию  $D(X)$ ; г) среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .
5. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания  $a$  нормального распределения с надежностью  $\gamma = 0,95$ , зная выборочную среднюю  $\bar{x}$ , объем выборки  $n$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ , если:  $\bar{x} = 74,36$ ;  $n = 49$ ;  $\sigma = 7$ .

## 8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### Основная литература

1. Березина Н.А. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.А. Березина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Научная книга, 2019. — 158 с. — 978-5-9758-1720-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80978.html>
2. Растопчина О.М. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.М. Растопчина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2018. — 150 с. — 978-5-4263-0594-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/79053.html>
3. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.П. Шепелева [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 194 с. — 978-5-4486-0107-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70267.html>
4. Тетруашвили Е.В. Математика [Электронный ресурс] : практикум / Е.В. Тетруашвили, В.В. Ершов. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 159 с. — 978-5-4486-0220-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71567.html>
5. Растопчина О.М. Высшая математика [Электронный ресурс] : практикум / О.М. Растопчина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2017. — 138 с. — 978-5-4263-0534-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72486.html>

### Дополнительная литература

1. **Абдулхамидов С. С., Асхабов С. Н., Бетилгириев М. А., Симоненко Р. А.** Краткий курс теории вероятностей и математической статистики: теория, примеры, типовые расчёты. Учебное пособие для студентов технических вузов. – Ростов-на-Дону: ООО «Диапазон», 2001
2. **Батаева М. Т.** Сборник задач по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.–Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2007.
3. **Гачаев А.М.**Сборник задач. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2010.
4. **Магомадов Р.С.**Сборник задач. по разделу «Ряды»– Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2009
5. **Дацаева Л. Ш., Сосламбекова Л. С.** Сборник задач. Дифференциальные уравнения. – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2010.
6. **Исаева Л.М.** Сборник аттестационных заданий по курсу «Высшая математика».– Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2008.
7. **Магомадов Р.С.** Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Методическое пособие по изучению раздела. – Грозный, ИПЦ ГГНИ, 2010.
8. **Саидов А. А.** Высшая математика. Числовые и функциональные ряды. Учебно-методическое пособие по изучению раздела. – Грозный, ИПЦ ГГНТУ, 2013.

**Примечание.** Указанные материалы имеются на кафедре и в читальном зале университета, а также на сайте кафедры, откуда студент может бесплатно скачать необходимый материал.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

За кафедрой «Высшая математика» в главном учебном корпусе закреплены лекционная аудитория № 1-16, аудитории для проведения практических занятий №№2-08, 2-12,2-27,2-29,2-31, 2-33, 2-35, 2-39, большинство из которых оснащено таблицами, графическим материалом, чертежами по линейной алгебре, элементам векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальному исчислению функций одной переменной, интегральному

исчислению; ауд. № 2-12 служит в качестве компьютерного класса, где установлены 12 компьютеров, которые используются для самостоятельной работы студентов; здесь же возможно использование контролирующих программ для приёма зачётов и экзаменов. На кафедре имеются интерактивная доска и диапроектор.

**Разработчик:**

Доцент кафедры «Высшая и  
прикладная математика»



А.М.Гачаев

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий кафедрой  
«Высшая и прикладная математика»



А.М. Гачаев

Заведующий выпускающей кафедрой  
«Геодезия и земельный кадастр»



И.Г.Гайрабеков

Директор ДУМР



М.А. Магомаева