

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцаев Магомед Шавалович

Должность: Ректор

Дата подписания: 28.11.2024 13:52:13

Уникальный программный ключ:

236bcc35c296f119d6aafdc22836b21db52dbc07971a86865a5825f9fa4304cc

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ

АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

Институт энергетики

Кафедра «Технологии машиностроения и транспортных процессов»

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры

_____ 202 г., протокол №__

И.о.заведующий кафедрой

_____ Н.Д.Айсунгуров
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«Теория транспортных процессов и систем»

Направление подготовки

23.03.01. Технология транспортных процессов

Профиль подготовки

Организация и безопасность движения

Организация перевозок и безопасность на транспорте

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Составитель

И.З.Магомадов

Грозный – 2024

ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Теория транспортных процессов и систем

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Транспортные системы и транспортные процессы	ОПК-2, ПК-2.2, ОПК-2.3	Коллоквиум Собеседование Практические занятия
2	Организация транспортных систем и процессов	ОПК-2, ПК-2.2, ОПК-2.3	

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объёма знаний обучающегося по определённому разделу, теме, проблеме и т.п.	—
2	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам разделов дисциплины

Вопросы к первой рубежной аттестации

1. Роль транспорта в едином народно-хозяйственном комплексе.
2. Понятие транспортной системы.
3. Предпосылки и этапы формирования теории транспортных процессов и систем.
4. Проблемы развития грузовых и пассажирских перевозок.
5. Значение научной теории транспортных систем и управления ими в подготовке специалистов.
6. Понятие транспортного процесса, виды потоков, понятие транспортной сети, инфраструктура транспорта,
7. Понятие транспортного объекта, транспортного комплекса, системы транспортного обслуживания.
8. Понятие о провозных возможностях и пропускной способности транспортных систем.
9. Надежность и резервирование в транспортных системах.
10. Технологические схемы.

11. Методологические подходы к проектированию транспортных схем.
12. Цели и задачи системного проектирования. Сущность структуры транспортных систем и её факторы.
13. Характеристики предметов труда и процессов транспортной перевозки, определяющие состав.
14. Характеристика основных типов подвижного состава грузового и пассажирского транспорта.
15. Показатели функционирования транспортной системы.
16. Показатели характеризующие эксплуатационные свойства подвижного состава.
17. Показатели характеризующие свойства перевозимых грузов. Методы расчета технико-эксплуатационных показателей.
18. Показатели качества транспортного обслуживания.
19. Методы оценки и сравнения транспортных систем.
20. Основные маршруты организации работы подвижного состава грузового и пассажирского транспорта их характеристика.
21. Методики расчета работы подвижного состава на маршрутах различных типов.
22. Методы расчета сменно-суточных заданий. Учет дискретности процесса перевозок при расчете сменно-суточных заданий.
23. Особенности расчета работы подвижного состава на долгосрочный период.

Образец билета на I рубежную аттестацию

Билет №1

1. Дайте определение понятия «транспортная система».
2. Понятия: структура, функция и цель транспортной системы.
3. Назовите структурные элементы транспортной системы.

Подпись преподавателя

Вопросы ко второй рубежной аттестации

1. Организация труда водителей при междугородных перевозках.
2. Учет работы подвижного состава на линии и времени работы водителей.
3. Методика расчета длительности оборотного рейса с учетом ограничений по скорости движения на различных участках маршрута.
4. Особенности расчета времени в наряде. Методика расчета средних значений технико-эксплуатационных показателей.
5. Понятие многосменного режима работы предприятия. Время работы работника и рабочее время рабочего места.
6. Варианты организации работы подвижного состава на линии при многосменном режиме

- работы. 7. Особенности организации работы подвижного состава при работе вахтовым методом.
8. Циклический характер и двойственность описания процесса перевозок.
9. Основные технологические элементы и структура многосменного транспортного процесса.
10. Понятие организации технологии перевозок при многосменном режиме работы.
11. Методика анализа влияния эксплуатационных факторов на результативные показатели использования подвижного состава.
12. Факторное исследование производительности автомобиля. Применение факторного анализа для ранжирования значимости факторов.
13. Факторы, определяющие производительность автомобиля на развозочных маршрутах.
14. Особенности факторного анализа производительности подвижного состава при пассажирских перевозках
15. Многокритериальный подход к оценке эффективности транспортных систем.
16. Методы и показатели оценки эффективности процесса перевозки.
17. Методы оценки качества транспортного обслуживания.
18. Принципы формирования комплекса показателей и интегральной оценки эффективности систем пассажирского транспорта.
19. Принципы формирования комплекса показателей и интегральной оценки функционирования интегрированной системы производства – транспортировка – потребление.
20. Факторное исследование производительности транспортной системы. Простой и совмещенный циклы перевозок.
21. Факторный анализ себестоимости и топливной экономичности перевозок.
22. Факторный анализ эффективности использования парка подвижного состава.

Образец билета на II рубежную аттестацию

Билет №1

1. Дайте определение понятия «транспортная система».
2. Понятия: структура, функция и цель транспортной системы.
3. Назовите структурные элементы транспортной системы.

Подпись преподавателя

Вопросы на зачёт (экзамен)

1. Роль транспорта в едином народно-хозяйственном комплексе.
2. Понятие транспортной системы.
3. Предпосылки и этапы формирования теории транспортных процессов и систем.
4. Проблемы развития грузовых и пассажирских перевозок.
5. Значение научной теории транспортных систем и управления ими в подготовке специалистов.
6. Понятие транспортного процесса, виды потоков, понятие транспортной сети, инфраструктура транспорта,
7. Понятие транспортного объекта, транспортного комплекса, системы транспортного обслуживания.
8. Понятие о провозных возможностях и пропускной способности транспортных систем.
9. Надежность и резервирование в транспортных системах.
10. Технологические схемы.
11. Методологические подходы к проектированию транспортных схем.
12. Цели и задачи системного проектирования. Сущность структуры транспортных систем и её факторы.
13. Характеристики предметов труда и процессов транспортной перевозки, определяющие состав.
14. Характеристика основных типов подвижного состава грузового и пассажирского транспорта.
15. Показатели функционирования транспортной системы.
16. Показатели характеризующие эксплуатационные свойства подвижного состава.
17. Показатели характеризующие свойства перевозимых грузов. Методы расчета технико-эксплуатационных показателей.
18. Показатели качества транспортного обслуживания.
19. Методы оценки и сравнения транспортных систем.
20. Основные маршруты организации работы подвижного состава грузового и пассажирского транспорта их характеристика.
21. Методики расчета работы подвижного состава на маршрутах различных типов.
22. Методы расчета сменно-суточных заданий. Учет дискретности процесса перевозок при расчете сменно-суточных заданий.
23. Особенности расчета работы подвижного состава на долгосрочный период.
24. Организация труда водителей при междугородных перевозках.
25. Учет работы подвижного состава на линии и времени работы водителей.
26. Методика расчета длительности оборотного рейса с учетом ограничений по скорости движения на различных участках маршрута.
27. Особенности расчета времени в наряде. Методика расчета средних значений технико-

эксплуатационных показателей.

28. Понятие многосменного режима работы предприятия. Время работы работника и рабочее время рабочего места.

29. Варианты организации работы подвижного состава на линии при многосменном режиме работы. 30. Особенности организации работы подвижного состава при работе вахтовым методом.

31. Циклический характер и двойственность описания процесса перевозок.

32. Основные технологические элементы и структура многосменного транспортного процесса.

33. Понятие организации технологии перевозок при многосменном режиме работы.

34. Методика анализа влияния эксплуатационных факторов на результативные показатели использования подвижного состава.

35. Факторное исследование производительности автомобиля. Применение факторного анализа для ранжирования значимости факторов.

36. Факторы, определяющие производительность автомобиля на развозочных маршрутах.

37. Особенности факторного анализа производительности подвижного состава при пассажирских перевозках

38. Многокритериальный подход к оценке эффективности транспортных систем.

39. Методы и показатели оценки эффективности процесса перевозки.

40. Методы оценки качества транспортного обслуживания.

41. Принципы формирования комплекса показателей и интегральной оценки эффективности систем пассажирского транспорта.

42. Принципы формирования комплекса показателей и интегральной оценки функционирования интегрированной системы производства – транспортировка – потребление.

43. Факторное исследование производительности транспортной системы. Простой и совмещенный циклы перевозок.

44. Факторный анализ себестоимости и топливной экономичности перевозок.

45. Факторный анализ эффективности использования парка подвижного состава

Образец экзаменационного билета

**ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Институт энергетики

БИЛЕТ № 1

кафедра: «Технологии машиностроения и транспортных процессов»

Специальность 23.03.01.

семестр 8

1. Дайте определение понятия «транспортная система».
2. Понятия: структура, функция и цель транспортной системы.
3. Назовите структурные элементы транспортной системы.

«_____» _____ 2023 г. И.о. зав. кафедрой _____ Н.Д. Айсунгуров

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС ГГНТУ предусмотрено 15 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 10 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение практических заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- 0 баллов выставляется студенту, если дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

- 1-2 баллов выставляется студенту, если дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.

- 3-4 баллов выставляется студенту, если дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Могут быть допущены 1–2 ошибки в определении основных понятий, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.

- 5-6 баллов выставляется студенту, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.

- 7-8 баллов выставляется студенту, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя

- **9 баллов** *выставляется студенту, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.*

- **10 баллов** *выставляется студенту, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.*

Баллы за тему выводятся как средний балл по заданным студенту вопросам, не считая количество «наводящих» и уточняющих вопросов.

Баллы за текущую аттестацию выводятся как средний балл по всем темам.

Примечание: оценка за экзамен выставляется в соответствии с баллами, указанными в итоговом рейтинге:

Итоговый рейтинг (в баллах)	Итоговая оценка за экзамен
81-100 баллов	«Отлично»
61-80 баллов	«Хорошо»
41-60 баллов	«Удовлетворительно»
менее 40 баллов	«Неудовлетворительно»

Практическое занятие 1

Исследование распределения временных интервалов в транспортном потоке

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки исследования распределения временных интервалов в транспортном потоке.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить временные интервалы между автомобилями.
2. Построить распределение временных интервалов.

3. Выдвинуть гипотезу о применении того или иного закона распределения.

4. Оценить тесноту связи теоретического закона с фактическим распределением.

5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Для статистического моделирования транспортного потока одной из важнейших характеристик является распределение интервалов

между движущимися транспортными средствами во времени, а точнее – закон распределения временных интервалов в транспортном потоке. Закон распределения интервалов между автомобилями важен не только сам по себе. Он содержит также информацию об интенсивности движения. Она вычисляется как величина, обратная среднему интервалу:

$$N = \frac{1}{\bar{t}}. \quad (1.1)$$

На основе закона распределения интервалов можно найти закон распределения интенсивности движения.

Наиболее надежным способом определения закона распределения являются экспериментальные исследования. Проведенные исследования (величиной выборки $n=2648$) над транспортным потоком выявили, что распределение случайной величины может быть подчинено предположительно логарифмически нормальному или гамма-распределению (рисунок 1.1).

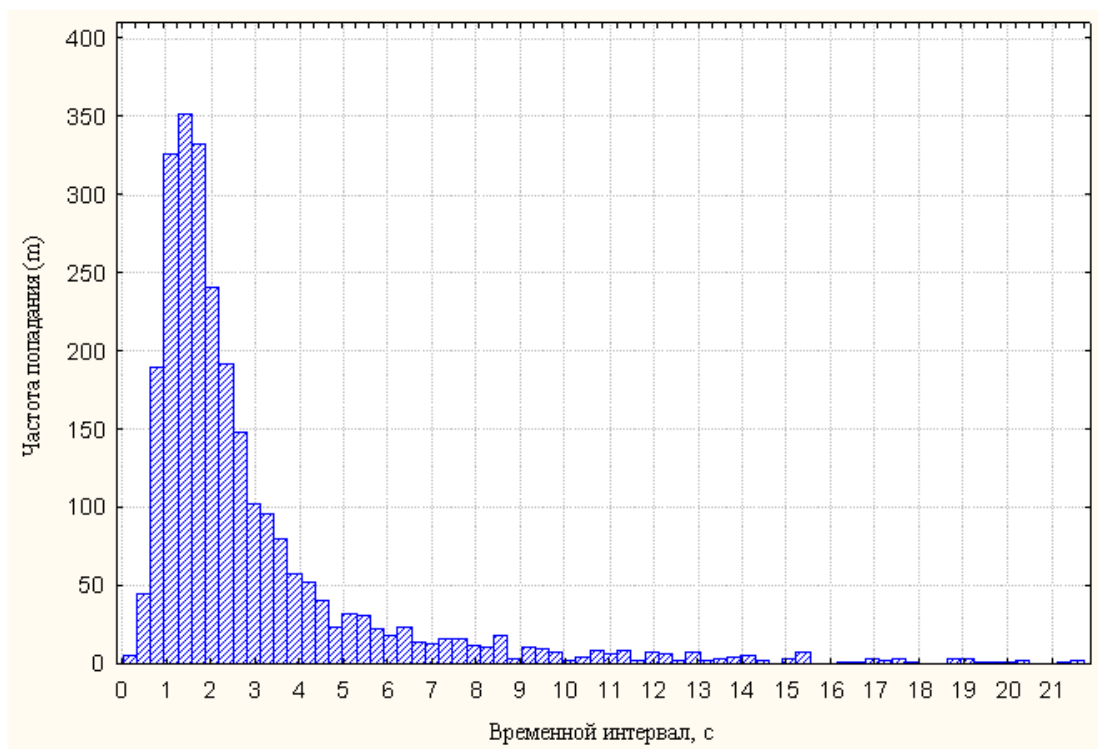


Рисунок 1.1 – Гистограмма распределения временных интервалов в потоке интенсивностью $N=1215 \text{ авт/ч}$

Функция плотности вероятности логарифмически нормального распределения определяется по формуле:

$$\varphi(t_i) = \frac{1}{\sigma t_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad t > 0 \quad (1.2)$$

где t_i – временной интервал, с

σ – среднее квадратическое отклонение (для данного распределения $\sigma=0,7275$);

μ – медиана (для данного распределения $\mu=0,7869$);

Графически кривая логнормального распределения представлена на рисунке 1.2.

Функция плотности вероятности гамма-распределения определяется по формуле:

$$\varphi(t) = \frac{\lambda^\nu}{\Gamma(\nu)} t^{\nu-1} e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \quad (1.3)$$

где λ, ν – параметры распределения (для данного распределения $\lambda=1,629; \nu=1,819$);

$\Gamma(\nu)$ – гамма-функция Эйлера.

Графически кривая гамма-распределения представлена на рисунке 1.2.

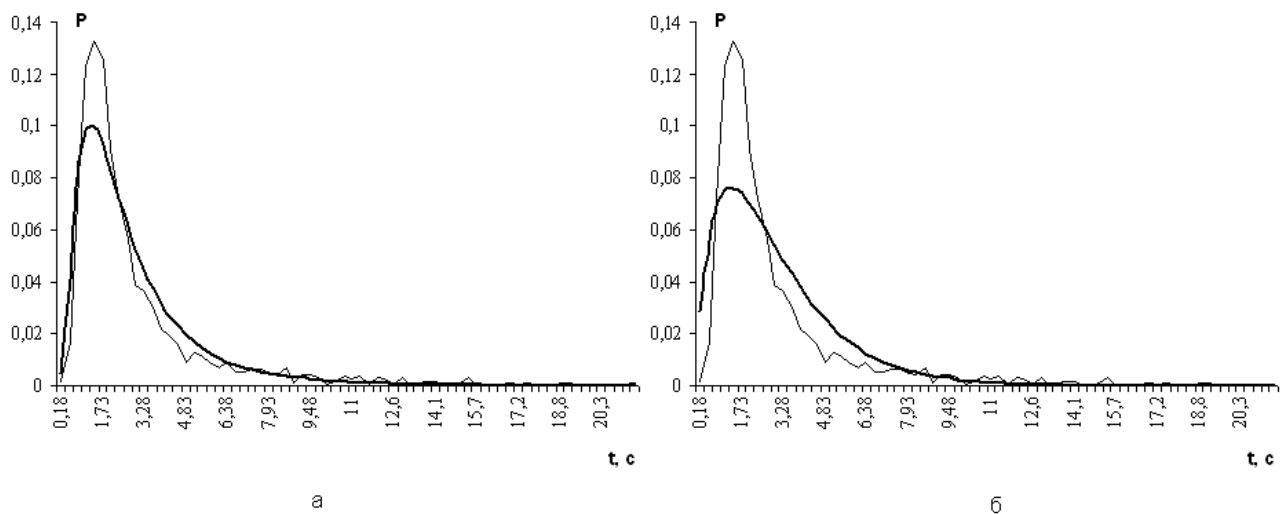


Рисунок 1.2 – Теоретические распределения: а – логнормальное, б – гамма-распределение

В качестве критерия проверки надежности удобнее всего использовать критерий В. И. Романовского, основанный на применении критерия согласия χ^2 :

$$R = \frac{(\chi^2 - r)}{\sqrt{2r}}, \quad (1.4)$$

где r – число степеней свободы.

Для логнормального распределения $R=2,87$, для гамма-распределения $R>3$, что говорит о существенном расхождении

последнего распределения.

Действительно, логнормальное распределение при заданных условиях отражает структуру транспортного потока (рисунок 1.3). Автомобили в потоке двигаются друг за другом на минимально безопасном расстоянии (зона 2). Расстояния, меньшие наиболее частого интервала (моды распределения) соответствуют доле водителей, которые совершают обгон или двигаются с большим риском (зона 1). Значения, расположенные по правую сторону от моды (зона 3) распределения принадлежат транспортным средствам различных типов (автобусы, грузовые автомобили и т. д.) и различным маловероятным интервалам.

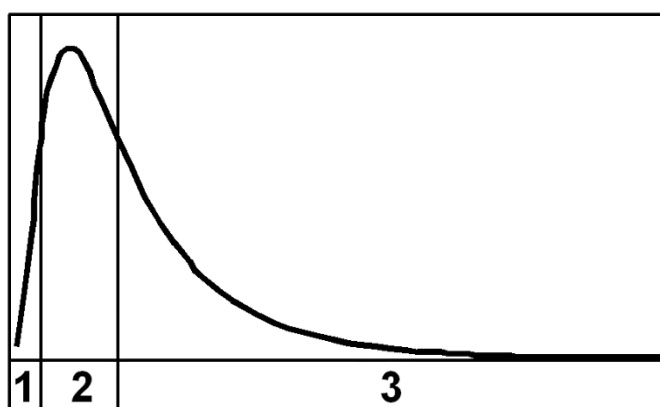


Рисунок 1.3 – Характерные зоны кривой распределения

Следует отметить, что применимость данного закона распределения не является абсолютной, поскольку на его характер влияет множество факторов: интенсивность движения, состав транспортного потока, дорожные условия.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 На заданном участке УДС (таблица 1.1) при помощи секундомера определить временные интервалы между автомобилями в течение одного часа.

Таблица 1.1 – Исходные данные к работе

№ Варианта	Структура цикла светофорного регулирования, с	Длина перегона,	Участок к определению параметров транспортного
---------------	--	--------------------	---

	$T_{ц}$	t_{o1}	t_{n1}	t_{o2}	t_{n2}	$l_{п}, \text{ км}$	потока/время наблюдения.
1	50	25	3	19	3	800	ул. Октябрьская (пер. Макарова – пер. Можайский) / 8.30–9.30
2	50	20	3	24	3	850	ул. Октябрьская (пер. Макарова – пер. Можайский) / 11.30–12.30
3	50	31	3	13	3	900	ул. Октябрьская (пер. Макарова – пер. Можайский) / 14.00–15.00
4	48	24	3	18	3	950	ул. Октябрьская (пер. Макарова – пер. Можайский) / 17.00–18.00
5	48	19	3	23	3	1000	ул. Дзержинского (ул. Ломоносова – ул. Пушкина) / 8.30–9.30
6	48	30	3	12	3	1050	ул. Дзержинского (ул. Ломоносова – ул. Пушкина) / 11.30–12.30
7	46	23	3	17	3	1100	ул. Дзержинского (ул. Ломоносова – ул. Пушкина) / 14.00–15.00
8	46	18	3	22	3	1150	ул. Дзержинского (ул. Ломоносова – ул. Пушкина) / 17.00–18.00
9	40	20	3	14	3	1550	пр. Кулакова (ул. Октябрьская – 12-й км) / 8.30–9.30
10	40	16	3	18	3	1600	пр. Кулакова (ул. Октябрьская – 12-й км) / 11.30–12.30
11	40	25	3	9	3	1650	пр. Кулакова (ул. Октябрьская – 12-й км) / 14.00–15.00
12	38	19	3	13	3	1700	пр. Кулакова (ул. Октябрьская – 12-й км) / 17.00–18.00

5.2 Результаты замеров оформить таблицей 1.2

Таблица 1.2 – Результаты определения временных интервалов между автомобилями в течении одного часа

№ интервала	Величина интервала	$t_{срi}$	m_i	$(t_{срi} \cdot m_i)$	P_i
1		0,25	m_1	$0,25 \cdot m_1$	P_1
2		0,75	m_2	$0,75 \cdot m_2$	P_2
3		1,25	m_3	$1,25 \cdot m_3$	P_3
4		1,75	m_4	$1,75 \cdot m_4$	P_4
5		2,25	m_5	$2,25 \cdot m_5$	P_5
6		2,75	m_6	$2,75 \cdot m_6$	P_6
7		3,25	m_7	$3,25 \cdot m_7$	P_7
8		3,75	m_8	$3,75 \cdot m_8$	P_8
9		4,25	m_9	$4,25 \cdot m_9$	P_9

10		4,75	m_{10}	$4,75 \cdot m_{10}$	P_{10}
11		5,25	m_{11}	$5,25 \cdot m_{11}$	P_{11}
12		5,75	m_{12}	$5,75 \cdot m_{12}$	P_{12}
13		6,25	m_{13}	$6,25 \cdot m_{13}$	P_{13}
15			...	...	...
ИТОГО:			n	≈ 3600	1

5.2 После определения временных интервалов между автомобилями, необходимо определить вероятность возникновения i -го временного интервала в потоке.

Очевидно, что вероятность возникновения i -го временного интервала в потоке за определенный период времени зависит не только от частоты возникновения m_i , но и от его величины t_{cpi} , поэтому:

$$P_i = \frac{t_{cpi} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n t_{cpi} \cdot m_i}, \quad (1.5)$$

где m_i – интенсивность попадания временных интервалов в заданный;

t_{cpi} – среднее значение i -го временного интервала (таблица 1.2).

5.3 После расчета построить график распределения временных интервалов и вероятностей.

5.4 Оценить тесноту связи теоретического закона с фактическим распределением.

5.5 Определить математическое ожидание:

$$M = \sum_{i=1}^n m_i \cdot P_i, \quad (1.6)$$

где m_i – количество автомобилей i -го типа.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Таблицу временных интервалов между автомобилями.

6.2 Распределение временных интервалов.

6.3 Оценку тесноты связи теоретического закона с фактическим распределением.

6.4 Расчет вероятности возникновения i -го временного

интервала в потоке за определенный период времени.

6.5 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Что такое временной интервал?

7.2 В чем сущность закона распределения временных интервалов в транспортном потоке?

7.3 Какой критерий используется в качестве проверки надежности распределения?

7.4 От чего зависит вероятность возникновения i -го временного интервала в потоке за определенный период времени?

7.5 Как определить математическое ожидание?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 2

Исследование влияния состава транспортного потока на среднее время обслуживания транспортных средств на перекрестке

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки исследования влияния состава транспортного потока на среднее время обслуживания транспортных средств на перекрестке.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить время проезда транспортных средств через перекресток

2. Провести корреляционно-регрессионный анализ между двумя признаками: среднее значение показателя $N_{\text{е max}}/M_{0,5}$ для группы ТС и среднее время обслуживания ТС в группе, с

3. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Состав транспортного потока характеризуется соотношением в нем транспортных средств различного типа. Этот показатель оказывает значительное влияние на все параметры дорожного движения. Вместе с тем состав транспортного потока в значительной степени отражает общий состав парка автомобилей в данном регионе.

Состав транспортного потока влияет на загрузку дорог (стеснен-

ность движения), что объясняется существенной разницей в габаритных размерах автомобилей. Если длина легковых автомобилей 4 – 5 м, грузовых 6 – 8 м, то длина автобусов достигает 11 м, а автопоездов 24 м. Сочлененный автобус (троллейбус) имеет длину 16,5 м. Однако разница в габаритных размерах не является единственной причиной необходимости специального учета состава потока при анализе интенсивности движения.

При движении в транспортном потоке важна разница не только в статическом, но и в динамическом габарите автомобиля, который зависит в основном от времени реакции водителя и тормозных качеств транспортных средств. Под динамическим габаритом L_d (рисунок 2.1) подразумевается участок дороги, минимально необходимый для безопасного движения в транспортном потоке с заданной скоростью автомобиля, длина которого включает длину автомобиля l_a и дистанцию d , называемую дистанцией безопасности.

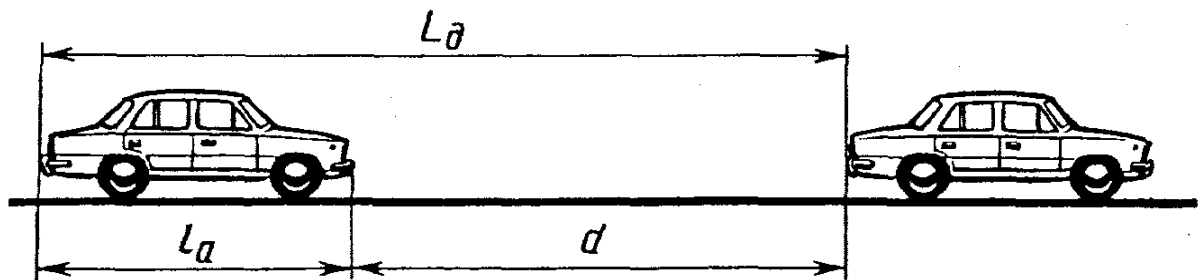


Рисунок 2.1 – Динамический габарит автомобиля в плотном транспортном потоке

На практике учет состава транспортного потока производится при помощи коэффициентов приведения автомобилей i -го типа к легковому по формуле:

$$N_{np} = N_1 \cdot K_{np1} + N_2 \cdot K_{np2} + \dots + N_i \cdot K_{npi} = \sum_{i=1}^b N_i \cdot K_{npi}, \quad (2.1)$$

где N_{np} – приведенная интенсивность движения транспортных средств, ед/ч;

N_i – интенсивность движения транспортных средств i -го типа авт/ч;

K_{npi} – коэффициент приведения автомобилей i -го типа к легковому.

b – количество типов автомобилей в потоке.

Обычные коэффициенты приведения автомобилей i -го типа к легковому для моделирования движения транспортных средств на перекрестке не применимы, поскольку учитывают только габаритные размеры автомобилей и их тормозные свойства. Для моделирования движения на пересечении наиболее важным является учет тяговых свойств автомобиля.

Учитывая современное многообразие автомобилей, а также непригодность коэффициентов приведения, можно предложить непрерывную зависимость (вместо системы коэффициентов) от комплексного показателя – меры инертности автомобиля и его тяговых свойств, например отношения номинальной мощности автомобиля к его массе с загрузкой 50 % .

Проведенные исследования выявили, что показатели тяговой динамичности автомобиля (в частности, время разгона легкового автомобиля до 100 км/ч) находятся в определенной зависимости от его массы и мощности (рисунок 2.2) .

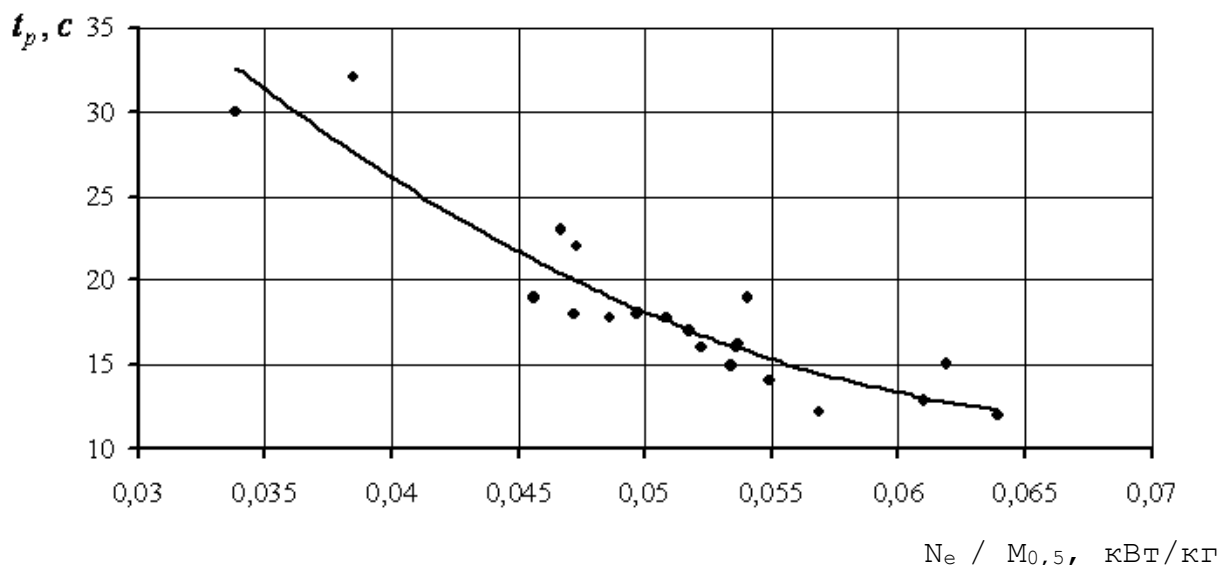


Рисунок 2.2 – Зависимость времени разгона легкового автомобиля до 100 км/ч от его массы и мощности

Кривая, представленная на рисунке 1 – полином второй степени: с коэффициентом детерминации $r^2 = 0,86$.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Для заданного участка УДС (ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1, таблица 1.1) определить время проезда транспортных средств через перекресток путем натурных наблюдений, результаты свести в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Результаты натурных наблюдений за составом транспортного потока

№ опы-та	Среднее значение показателя $N_{e\max}/M_{0,5}$ для группы ТС	Время проезда группы, с	Кол-во ТС в группе	Среднее время обслуживания ТС в группе, с
1				
2				
3				
...				

5.2 Провести корреляционно-регрессионный анализ между двумя признаками: среднее значение показателя $N_{e\max}/M_{0,5}$ для группы ТС и среднее время обслуживания ТС в группе, с

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Результаты натурных наблюдений за составом транспортного потока.

6.2 Корреляционно-регрессионный анализ между двумя признаками: среднее значение показателя $N_{e\max}/M_{0,5}$ для группы ТС и среднее время обслуживания ТС в группе, с

6.3 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Чем характеризуется состав транспортного потока?

7.2 Чем объясняется влияние состава транспортного потока на загрузку дорог?

7.3 Что такое динамический габарит?

7.4 Как осуществляется на практике учет состава транспортного потока?

7.5 Что такое комплексный показатель?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные

выше .

Практическое занятие 3

Исследование распределения скоростей автомобилей в потоке

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки исследования распределения скоростей автомобилей в потоке.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить значения мгновенных скоростей автомобилей в потоке.
2. Определить вероятность попадания скоростей автомобилей в интервалы.
3. Построить распределение вероятности скорости автомобилей в потоке.
4. Оценить тесноту связи теоретического закона с фактическим распределением.
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Скорость движения является важнейшим показателем, так как представляет целевую функцию дорожного движения. В практике организации движения принято оценивать скорость движения транспортных средств мгновенными ее значениями, зафиксированными в отдельных типичных сечениях (точках) дороги.

Мгновенные скорости транспортных средств можно определять при помощи секундомера, автоматических или полуавтоматических приборов. При этом измеряют время проезда автомобилем базового расстояния, отмеченного на дороге линиями или другими ориентирами. Базовое расстояние должно соответствовать уровню скоростей на данном участке. Обычное базовое расстояние при ручном измерении с помощью секундомера – 30 – 60 м. Результаты измерений группируют и обрабатывают аналогично п. 1.1 и сводят в таблицу 3.3, а графически оформляют в виде кривых распределения (рис. 3.1).

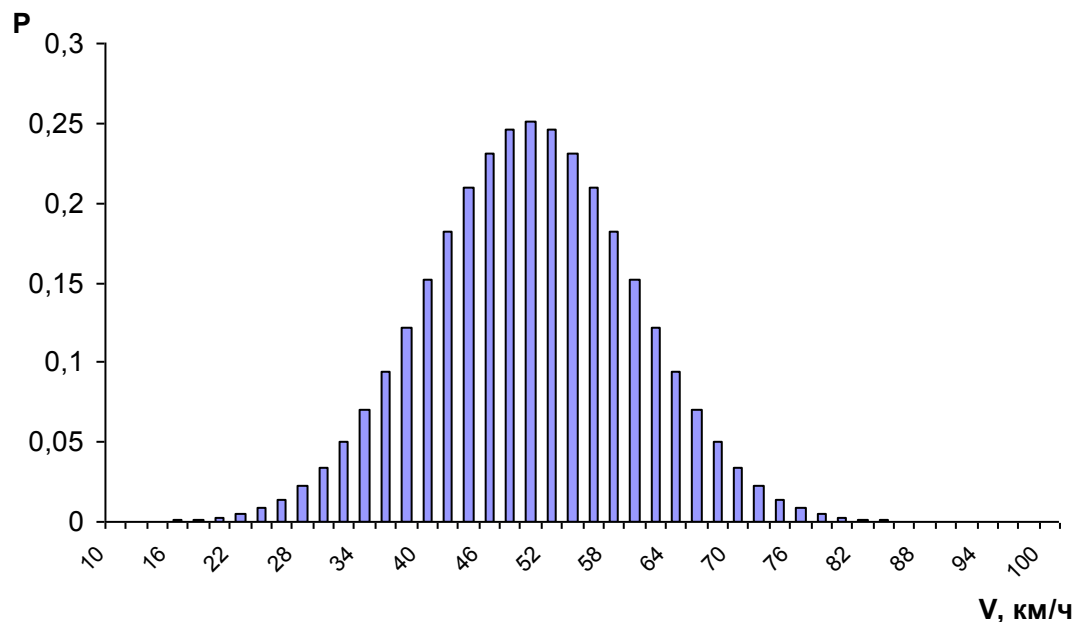


Рисунок 3.1 – Распределение вероятностей скорости автомобилей в потоке

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Для заданного участка УДС (см. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1 таблица 1.1) определить значения мгновенных скоростей автомобилей в потоке, результаты представить в виде таблицы.

Таблица 3.1 – Результаты определения мгновенных скоростей автомобилей в потоке в течение одного часа.

№ интервала	Величина интервала, км/ч	Среднее значение интервала, км/ч	m_i	P_i
1		2,5	m_1	P_1
2		7,5	m_2	P_2
3		12,5	m_3	P_3
4		17,5	m_4	P_4
5		22,5	m_5	P_5
6		27,5	m_6	P_6
7		32,5	m_7	P_7

№ интервала	Величина интервала, км/ч	Среднее значение интервала, км/ч	m_i	P_i
8		37,5	m_8	P_8
9		42,5	m_9	P_9
10		47,5	m_{10}	P_{10}
11		52,5	m_{11}	P_{11}
12		57,5	m_{12}	P_{12}
13		62,5	m_{13}	P_{13}
14		67,5	m_{14}	P_{14}
ИТОГО:			n	1

5.2 После определения мгновенных скоростей автомобилей в потоке, необходимо определить вероятность попадания скоростей автомобилей в интервалы.

5.3 Построить распределение вероятностей скорости автомобилей в потоке.

5.4 Оценить тесноту связи теоретического закона с фактическим распределением.

5.6 Определить математическое ожидание.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Результаты определения значений мгновенных скоростей автомобилей в потоке.

6.2 Расчет вероятности попадания скоростей автомобилей в интервалы.

6.3 График распределения вероятностей скорости автомобилей в потоке.

6.4 Оценку тесноты связи теоретического закона с фактическим распределением.

6.5 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 В чем заключается важность показателя скорость движения?

7.2 Привести методы определения мгновенной скорости транспортных средств.

7.3 Как определить вероятность попадания скоростей автомобилей в интервалы?

7.4 Как определить математическое ожидание?

7.5 Как оценить тесноту связи теоретического закона с

фактическим распределением?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 4

Статистическое моделирование марковские процессы

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки исследования распределения скоростей автомобилей в потоке.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить значения мгновенных скоростей автомобилей в потоке.
2. Определить вероятность попадания скоростей автомобилей в интервалы.
3. Построить распределение вероятности скорости автомобилей в потоке.
4. Оценить тесноту связи теоретического закона с фактическим распределением.
5. Сделать выводы.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Представим автомобиль как некоторую систему S с дискретными состояниями $S_1, S_2, \dots, S_n$, которая переходит из состояния S_i в состояние S_j ($i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n$) под воздействием пуассоновских потоков событий (отказов) с интенсивностями λ_{ij} . Будем рассматривать следующие состояния автомобиля, в которых он может находиться в процессе эксплуатации и которые характеризуются целодневными простоями:

- S_1 – исправен, работает;
- S_2 – проходит техническое обслуживание;
- S_3 – находится в текущем ремонте;
- S_4 – находится в капитальном ремонте;
- S_5 – проводится замена агрегата;
- S_6 – исправен, не работает по организационным причинам;
- S_7 – исправен, не работает в выходные и праздничные дни;
- S_8 – списывается.

Рассматриваемые состояния S_j автомобиля характеризуются средним числом дней пребывания автомобиля в каждом j -м состоянии

($j = 1, 2, \dots, n$) D_j . Отношение

$$P_j = \frac{D_j}{D_K},$$

(1)

где D_K – число календарных дней в году, можно трактовать как вероятность нахождения автомобиля в j -м состоянии P_j .

Вероятности P_j являются функциями пробега автомобиля $P_j(L)$.

Вероятность нахождения автомобиля в состоянии S_1 («исправен, работает») $P_1(L)$ представляет собой коэффициент выпуска автомобиля – один из основных показателей работы автопредприятия.

Возможные переходы автомобиля из состояния S_i в состояние S_j описаны матрицей переходов.

Соответствующие интенсивности потоков событий λ_{ij} , переводящих автомобиль из состояния S_i в состояние S_j , определяются по формулам, приведенным в таблице 1.

Предположим, что система S (автомобиль) может находиться в следующих состояниях: S_1, S_3, S_5, S_7 . Возможные переходы системы S из состояния в состояние, указанное в матрице:

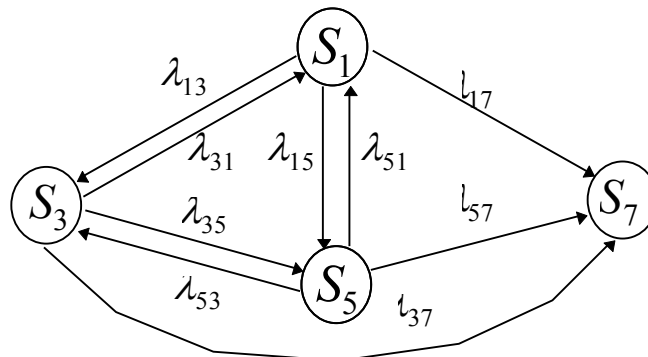
Матрица возможных переходов

	1	3	5	7
1	0	1	1	1
3	1	0	1	1
5	1	1	0	1
7	0	0	0	0

0 – нет перехода

1 – возможен переход

Используя матрицу возможных переходов, построим размеченный граф состояний системы S – автомобиль.



Определим интенсивности λ_{ij} , используя таблицу 1.

Исходные данные:

- среднесуточный пробег $\ell_{cc} = 0,25$ тыс. км;

- среднее время простоя автомобиля в текущем ремонте $T_3 = 1,0$ день. Остальные данные выбираются, исходя из профессиональных соображений:

- количество выходных и праздничных дней

$$T_{\text{вых}} = 60 \text{ дней};$$

- среднее время замены агрегата

$$T_5 = 5,0 \text{ дней}.$$

$$\lambda_{13} = \exp(-0,8 + 0,08 \cdot L);$$

$$\lambda_{15} = \exp(-0,4 + 0,004 \cdot L);$$

$$\lambda_{17} = \frac{1}{\ell_{\text{cc}} \cdot T_{\text{вых}}} = \frac{1}{0,25 \cdot 60} = 0,0667;$$

$$\lambda_{31} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{1} = 1;$$

$$\lambda_{35} = 0,1;$$

$$\lambda_{37} = 0,01;$$

$$\lambda_{51} = \frac{1}{T_5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$\lambda_{53} = 0,02;$$

$$\lambda_{57} = 0,002.$$

Составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний P_i , где $i=1, 3, 5, 7$:

$$\frac{dP_1}{dL} = -P_1 \cdot (\lambda_{13} + \lambda_{15} + \lambda_{17}) \cdot \ell_{\text{cc}} + \lambda_{31} \cdot P_3 + \lambda_{51} \cdot P_5;$$

$$\frac{dP_3}{dL} = -P_3 \cdot (\lambda_{31} + \lambda_{35} + \lambda_{37}) + \lambda_{13} \cdot P_1 \cdot \ell_{\text{cc}} + \lambda_{53} \cdot P_5; \quad (*)$$

396

$$\frac{dP_5}{dL} = -P_5 \cdot (\lambda_{51} + \lambda_{53} + \lambda_{57}) + \lambda_{15} \cdot P_1 \cdot \ell_{\text{cc}} + \lambda_{35} \cdot P_3;$$

$$\frac{dP_7}{dL} = \lambda_{17} \cdot P_1 \cdot \ell_{\text{cc}} + \lambda_{37} \cdot P_3 + \lambda_{57} \cdot P_5.$$

Решим эту систему методом Рунге-Кутты с использованием стандартной программы на ЭВМ при следующих условиях:

а) пределы интегрирования: нижний – 0, верхний – 35;

б) шаг интегрирования – 0,5;

в) начальные условия: $P_1(L) = 1,$

$$P_3(L) = 0, P_5(L) = 0, P_7(L) = 0;$$

г) результаты выведения на печать с точностью $E = 10^{-3}$ в точках 1, 5, ..., 35.

Для решения задач можно воспользоваться программным продуктом MATHCAD 6.0 PLUS.

Получим значение коэффициента выпуска автомобиля $P_1(L)$ и построим график зависимости коэффициента выпуска от пробега автомобиля L (табл.3).

Таблица 3 – Результаты решения

L	$P_1(L)$	$P_3(L)$	$P_5(L)$	$P_7(L)$
1	0,787	0,0622	0,136	0,0152
5	0,512	0,0824	0,345	0,0614
10	0,419	0,0972	0,376	0,108
15	0,364	0,123	0,363	0,150
20	0,312	0,156	0,344	0,188
25	0,260	0,193	0,323	0,224
30	0,162	0,269	0,281	0,288

Для того, чтобы определить влияние на изменение коэффициента выпуска среднесуточного пробега ℓ_{cc} и среднего времени простоя в ремонте T_3 , изменим эти показатели. Увеличим ℓ_{cc} и T_3 на 50%. Тогда:

$$\ell_{cc}=0,375 \text{ тыс. км.}; T_3 = 1,5 \text{ дня.}$$

С изменением этих показателей:

$$\lambda_{17} = 0,0444;$$

$$\lambda_{31} = \frac{1}{T_3} = \frac{2}{3} = 0,6667;$$

$$\lambda_{35} = 0,0667;$$

$$\lambda_{37} = 0,0067.$$

Остальные λ_{ij} остаются без изменения.

Решим систему методом Рунге-Кутта с использованием стандартной программы на ПЭВМ с учетом новых значений интенсивностей и ℓ_{cc} .

Получим новые значения коэффициента выпуска автомобиля $P_1(L)$ (табл. 4). Построим график зависимости коэффициента выпуска от пробега.

Таблица 4 – Результаты решения

L	$P_1(L)$	$P_3(L)$	$P_5(L)$	$P_7(L)$
1	0,694	0,102	0,189	0,0144
5	0,387	0,142	0,418	0,0534
10	0,314	0,162	0,433	0,0915
15	0,266	0,200	0,408	0,126
20	0,221	0,246	0,375	0,158
25	0,177	0,295	0,341	0,187
30	0,137	0,341	0,308	0,214
35	0,103	0,383	0,276	0,239

Вывод: при увеличении среднего времени простоя автомобиля в ремонте и среднесуточного пробега на 50% коэффициент выпуска

уменьшается. Это подтверждается графически (рис. 1). Полученная математическая модель (*) функционирования автомобиля позволяет проследить влияние различных условий эксплуатации на коэффициент выпуска автомобиля.

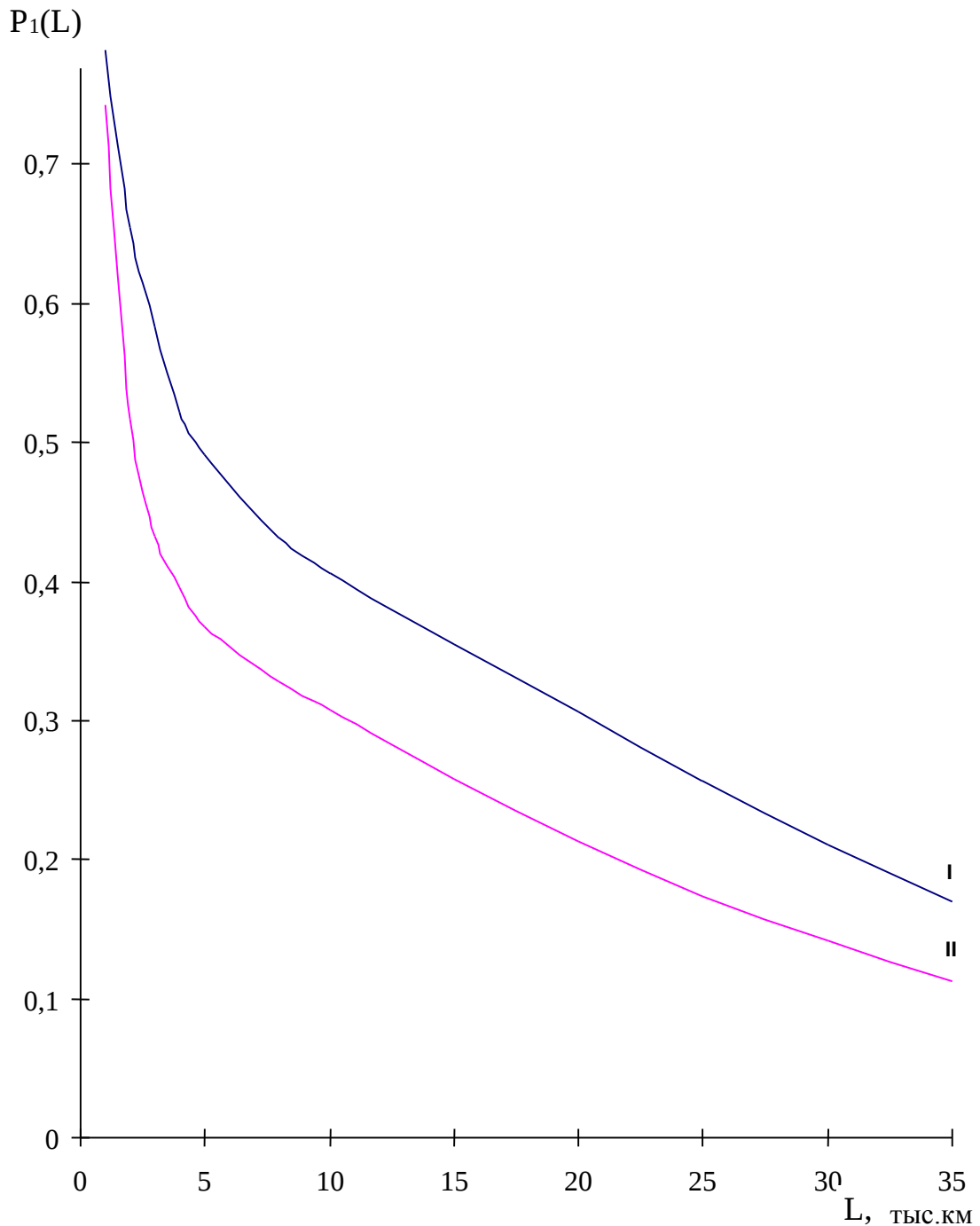


Рисунок 1 – График зависимости $P_1(L)$

2. ЗАДАНИЕ

1. Построить размеченный граф состояний системы S – автомобиль по заданной матрице переходов.

2. Определить интенсивности λ_{ij} .

Исходные данные для определения λ_{ij} :

- среднесуточный пробег;
- среднее время простоя автомобиля в текущем ремонте;
- среднее время простоя по организационным причинам;

– остальные данные выбираются, исходя из профессиональных соображений.

3. Составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова и решить ее методом Рунге-Кутты с использованием стандартной программы на ЭВМ при следующих условиях:

а) пределы интегрирования: нижний – 0, верхний 20;

б) шаг интегрирования – 0,5;

с) начальные условия $P_1(L) = 1$, $P_j(L) = 0$, $j = 2, 3, \dots, n$;

д) результаты вывести на печать в точках 1, 5, 10, 15, 20 с точностью $E = 10^{-3}$.

4. Получить значения коэффициента выпуска автомобиля $P_1(L)$ и построить график зависимости коэффициента выпуска от пробега.

5. Определить влияние на изменение коэффициента выпуска среднесуточного пробега и среднего времени простоя в ремонте; изменение значения этих показателей на 40 и 60 %. Построить графики.

Варианты исходных данных

(0 – нет перехода; 1 – возможен переход)

№ 1

Состояния автомобиля (ЭВМ)	Матрица возможных переходов					
	1	2	3	5	6	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	1	0
5	1	1	1	0	1	1
6	1	1	1	1	0	1
8	0	0	0	0	0	0

№ 2

Состояния автомобиля (ЭВМ)	Матрица возможных переходов				
	1	2	3	4	8
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	0	0
3	1	1	0	0	0
4	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0

№ 3

Состояния автомобиля (ЭВМ)	Матрица возможных переходов					
	1	2	3	5	7	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	0
3	1	1	0	1	1	0
5	1	1	0	0	1	0
7	1	1	1	1	0	1
8	0	0	0	0	0	0

№ 4

Состояния автомобиля (ЭВМ)	Матрица возможных переходов					
	1	2	3	5	7	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	0	1	1
3	1	1	0	1	1	0
5	1	1	0	0	1	0
7	1	1	1	1	0	1
8	0	0	0	0	0	0

№ 5

Состояния автомобиля	Матрица возможных переходов					
	1	2	3	4	7	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	1	0
4	1	1	0	0	0	0
7	1	1	1	1	0	1
8	0	0	0	0	0	0

№ 6

Состояния автомобиля	Матрица возможных переходов			
	1	2	5	8
1	0	1	1	1
2	1	0	1	0
5	1	1	0	0
8	0	0	0	0

Состояния автомобиля	№ 7				
	Матрица возможных переходов				
	1	2	3	4	8
1	0	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0

Состояния автомобиля	№ 8			
	Матрица возможных переходов			
	1	2	3	7
1	0	1	1	1
2	1	0	0	0
3	1	0	0	0
7	1	1	1	0

Состояния автомобиля	№ 9				
	Матрица возможных переходов				
	1	2	3	4	7
1	0	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0
3	1	1	0	1	1
4	1	1	1	0	1
7	1	1	1	1	0

Состояния автомобиля	№ 10				
	Матрица возможных переходов				
	1	2	3	5	6
1	0	1	1	1	1
2	1	0	0	1	1
3	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	1
6	1	1	1	1	0

Состояния автомобиля	№ 11					
	Матрица возможных переходов					
	1	2	3	4	6	7
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	1	1
4	1	1	1	0	1	1
6	1	1	1	1	0	1
7	1	1	1	1	1	0

Состояния автомобиля	№ 12			
	Матрица возможных переходов			
	1	2	3	8
1	0	1	1	1

2	1	0	1	0
3	1	1	0	0
8	0	0	0	0

Состояния автомобиля	№ 13					
	Матрица возможных переходов					
		1	2	3	5	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0
5	1	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0

Состояния автомобиля	№ 14				
	Матрица возможных переходов				
		1	3	5	7
1	0	1	1	1	
3	1	0	1	1	
5	1	1	0	1	
7	0	0	0	0	

Состояния автомобиля	№ 15					
	Матрица возможных переходов					
		1	3	5	6	7
1	0	1	1	1	1	1
3	1	0	1	1	1	1
5	1	0	0	1	1	1
6	1	1	1	0	1	1
7	1	1	1	1	1	0

Состояния автомобиля	№ 16					
	Матрица возможных переходов					
		1	2	5	7	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	1
5	1	1	0	1	0	0
7	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0

Состояния автомобиля	№ 17				
	Матрица возможных переходов				
		1	2	5	7
1	0	1	1	1	
2	1	0	1	1	
5	1	1	0	1	
7	1	1	1	0	

№ 18

Состояния автомобиля	Матрица возможных переходов			
	1	2	5	8
1	0	1	1	1
2	1	0	1	0
5	1	1	0	0
8	0	0	0	0

		№ 19				
Состояния автомобиля		Матрица возможных переходов				
		1	2	5	6	8
1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	0
5	1	1	0	1	1	0
6	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0

		№ 20					
Состояния автомобиля		Матрица возможных переходов					
		1	2	5	6	7	8
1	0	1	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	1	0
5	1	1	0	1	1	1	0
6	1	1	1	0	1	1	0
7	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0

3. ВОПРОСЫ

- 3.1 Что такое марковский процесс?
- 3.2 Как построить граф состояний?
- 3.3 Как составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова?

Практическое занятие 5

Определение характеристик одноканальной системы массового обслуживания с отказами

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки моделирования одноканальной системы массового обслуживания с отказами.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить относительную пропускную способность q ;
2. Определить абсолютную пропускную способность A ;
3. Определить вероятность отказа $P_{отк}$;
4. Сравнить фактическую пропускную способность СМО с номинальной, которая была бы, если бы каждый автомобиль обслуживался точно t часов и автомобили следовали один за другим без перерыва.
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Простейшей одноканальной моделью с вероятностными входным потоком и процедурой обслуживания является модель, характеризующаяся показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания. При этом плотность распределения длительностей интервалов между поступлениями требований имеет вид:

$$f_1(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1.1)$$

где λ – интенсивность поступления заявок в систему.

Плотность распределения длительностей обслуживания

$$f_2(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}, \quad (1.2)$$

где μ – интенсивность обслуживания.

Потоки заявок и обслуживаний простейшие.

Пусть система работает с отказами. Необходимо определить абсолютную и относительную пропускную способность системы.

Представим данную систему массового обслуживания в виде графа, у которого имеются два состояния:

S_0 – канал свободен (ожидание),

S_1 – канал занят (идет обслуживание заявки).

Обозначим вероятности состояний:

$P_0(t)$ – вероятность состояния «канал свободен»;

$P_1(t)$ – вероятность состояния «канал занят».

По размеченному графу состояний составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu \cdot P_1(t) + \lambda \cdot P_0(t). \end{cases} \quad (1.3)$$

Система линейных дифференциальных уравнений (1.3) имеет решение с учетом нормировочного условия $P_0(t) + P_1(t) = 1$. Решение данной системы называется неустойчившимся, поскольку оно непосредственно зависит от t и выглядит следующим образом

$$P_0(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad (1.4)$$

$$P_1(t) = 1 - P_0(t). \quad (1.5)$$

Нетрудно убедиться, что для одноканальной СМО с отказами вероятность $P_0(t)$ есть не что иное, как относительная пропускная способность системы q .

Действительно, P_0 – вероятность того, что в момент t канал свободен, и заявка, пришедшая к моменту t , будет обслужена. А следовательно, для данного момента времени t среднее отношение числа обслуженных заявок к числу поступивших также равно $P_0(t)$, т. е.

$$q = P_0(t). \quad (1.6)$$

По истечении большого интервала времени (при $t \rightarrow \infty$) достигается стационарный (устойчившийся) режим:

$$q = P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}. \quad (1.7)$$

Зная относительную пропускную способность, легко найти

абсолютную. Абсолютная пропускная способность (A) – среднее число заявок, которое может обслужить система массового обслуживания в единицу времени:

$$A = \lambda \cdot q = \frac{\lambda \cdot \mu}{\lambda + \mu}. \quad (1.8)$$

Вероятность отказа в обслуживании заявки будет равна вероятности состояния «канал занят»:

$$P_{\text{отк}} = P_1 = 1 - P_0 = 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (1.9)$$

Данная величина $P_{\text{отк}}$ может быть интерпретирована как средняя доля необслуженных заявок среди поданных.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Согласно заданию (таблица 1.1), определить в установившемся режиме предельные значения:

- относительной пропускной способности q ;
- абсолютной пропускной способности A ;
- вероятности отказа $P_{\text{отк}}$.

Таблица 1.1 – Исходные данные

№ варианта	Время обслуживания t , с	Интенсивность поступления заявок λ , ед/с	Максимальное количество требований (заявок) N	Количество каналов, n
1	2,1	510	7	2
2	2,15	500	8	3
3	2,2	490	9	2
4	2,25	480	7	3
5	2,2	510	8	2
6	2,15	500	9	3
7	2,1	490	8	2
8	2,05	510	7	3
9	2	500	9	2
10	1,95	490	8	3
11	1,9	480	7	2

Сравнить фактическую пропускную способность СМО с

номинальной, которая была бы, если бы каждый автомобиль обслуживался точно t часов и автомобили следовали один за другим без перерыва.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Расчет относительной пропускной способности q ;

6.2 Расчет абсолютной пропускной способности A ;

6.3 Расчет вероятности отказа $P_{отк}$;

6.4 Выводы

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Что такое относительная пропускная способность системы?

7.2 Какие вероятностные состояния у данной системы?

7.3 Как определяется пропускная способность системы при стационарном (установившемся) режиме?

7.4 Что такое абсолютная пропускная способность?

7.5 Чему равна вероятность отказа в обслуживании заявки?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 6

Определение характеристик одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки моделирования одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить вероятность отказа в обслуживании заявки;
2. Определить относительную пропускную способность;
3. Определить абсолютную пропускную способность;
4. Определить среднее число находящихся в системе заявок;
5. Определить среднее время пребывания заявки в системе;
6. Определить среднюю продолжительность пребывания клиента в очереди;
7. Определить среднее число заявок в очереди;
8. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Система массового обслуживания имеет один канал. Входящий поток заявок на обслуживание – простейший поток с интенсивностью

λ . Интенсивность потока обслуживания равна μ (т. е. в среднем непрерывно занятый канал будет выдавать μ обслуженных заявок). Длительность обслуживания – случайная величина, подчиненная показательному закону распределения. Поток обслуживаний является простейшим пуассоновским потоком событий. Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания.

Предположим, что независимо от того, сколько требований поступает на вход обслуживающей системы, данная система (очередь + + обслуживаемые клиенты) не может вместить более N – требований (заявок), т. е. клиенты, не попавшие в ожидание, вынуждены обслуживаться в другом месте. Наконец, источник, порождающий заявки на обслуживание, имеет неограниченную (бесконечно большую) емкость.

Состояния СМО имеют следующую интерпретацию:

S_0 – канал свободен;

S_1 – канал занят, очереди нет;

S_2 – канал занят, одна заявка стоит в очереди;

.....

S_n – канал занят, $n-1$ заявок стоит в очереди;

.....

S_N – канал занят, $N-1$ заявок стоит в очереди.

Стационарный процесс в данной системе будет описываться следующей системой алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho \cdot P_0 + P_1 = 0, \quad n = 0 \\ \dots\dots\dots \\ -(1-\rho) \cdot P_n + P_{n+1} + \rho \cdot P_{n-1} = 0, \quad 0 < n < N \\ \dots\dots\dots \\ -P_N + \rho \cdot P_{N-1} = 0, \quad n = N, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$;

n – номер состояния.

Решение приведенной выше системы уравнений для нашей модели СМО имеет вид:

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) \cdot \rho^n, & \rho \neq 1, n = 0, 1, 2, \dots, N \\ 1/(N+1), & \rho = 1; \end{cases} \quad (2.2)$$

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, \quad (2.3)$$

тогда

Следует отметить, что выполнение условия стационарности

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ для данной СМО не обязательно, поскольку число

допускаемых в обслуживающую систему заявок контролируется путем введения ограничения на длину очереди (которая не может превышать $N-1$), а не соотношением между интенсивностями входного потока, т. е. не отношением $\lambda/\mu = \rho$.

Определим характеристики одноканальной СМО с ожиданием и ограниченной длиной очереди, равной $(N-1)$:

– вероятность отказа в обслуживании заявки равна:

$$P_{\text{отк}} = P_N = \begin{cases} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) \rho^N, & \rho \neq 1, \\ 1/(N+1), & \rho = 1; \end{cases} \quad (2.4)$$

– относительная пропускная способность системы:

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = \begin{cases} 1 - \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) \rho^N, & \rho \neq 1, \\ 1 - 1/(N+1), & \rho = 1; \end{cases} \quad (2.5)$$

– абсолютная пропускная способность:

$$A = q \cdot \lambda. \quad (2.6)$$

– среднее число находящихся в системе заявок:

$$L_S = \sum_{n=0}^N n \cdot P_n = \begin{cases} \frac{\rho \cdot [1 - (N+1) \cdot \rho^N + N \cdot \rho^{N+1}]}{(1-\rho) \cdot (1-\rho^{N+1})}, & \rho \neq 1 \\ N/2, & \rho = 1; \end{cases} \quad (2.7)$$

– среднее время пребывания заявки в системе:

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda(1-P_N)}; \quad (2.8)$$

– средняя продолжительность пребывания клиента (заявки) в очереди:

$$W_q = W_S - 1/\mu; \quad (2.9)$$

– среднее число заявок (клиентов) в очереди (длина очереди):

$$L_q = \lambda(1-P_N)W_q. \quad (2.10)$$

Определение характеристик одноканальной СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания

Стационарный режим функционирования данной СМО существует при $t \rightarrow \infty$ для любого $n = 0, 1, 2, \dots$ и когда $\lambda < \mu$, система алгебраических уравнений, описывающих работу СМО при $t \rightarrow \infty$ для любого $n = 0, 1, 2, \dots$, имеет вид:

$$\begin{cases} -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1 = 0, & n = 0 \\ \lambda \cdot P_{n-1} + \mu \cdot P_{n+1} - (\lambda + \mu) \cdot P_n = 0, & n > 0. \end{cases} \quad (2.11)$$

Решение данной системы уравнений имеет вид:

$$P_n = (1-\rho) \cdot \rho^n \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.12)$$

где $\rho = \lambda/\mu < 1$.

Определим характеристики одноканальной СМО с ожиданием, без ограничения на длину очереди:

– среднее число находящихся в системе клиентов (заявок) на обслуживание:

$$L_S = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = \frac{\rho}{1-\rho}; \quad (2.13)$$

– средняя продолжительность пребывания клиента в системе:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{[\mu \cdot (1 - \rho)]}; \quad (2.14)$$

– среднее число клиентов в очереди на обслуживание:

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{(1 - \rho)}; \quad (2.15)$$

– средняя продолжительность пребывания клиента в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{[\mu \cdot (1 - \rho)]}. \quad (2.16)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Согласно исходным данным (таблица 1.1), рассчитать:

- вероятность отказа в обслуживании заявки;
- относительную пропускную способность;
- абсолютную пропускную способность;
- среднее число находящихся в системе заявок;
- среднее время пребывания заявки в системе;
- среднюю продолжительность пребывания клиента в очереди;
- среднее число заявок в очереди;
- Сделать выводы.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Расчет вероятности отказа в обслуживании заявки;
- 6.2 Расчет относительной пропускной способности;
- 6.3 Расчет абсолютной пропускной способности;
- 6.4 Расчет среднего числа находящихся в системе заявок;
- 6.5 Расчет среднего времени пребывания заявки в системе;
- 6.6 Расчет средней продолжительности пребывания клиента в очереди;
- 6.7 Расчет среднего числа заявок в очереди;
- 6.8 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 В чем сущность одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием?

7.2 Каковы состояния одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием?

7.3 Как будет описываться стационарный процесс в системе массового обслуживания с ожиданием?

7.4 В чем особенность одноканальной СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания?

7.5 Как будет описываться стационарный режим функционирования СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 7

Определение характеристик многоканальной системы массового обслуживания с отказами

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки моделирования многоканальной системы массового обслуживания с отказами.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить вероятность отказа в обслуживании заявки;
2. Определить относительную пропускную способность;
3. Определить абсолютную пропускную способность;
4. Определить среднее число каналов, занятых обслуживанием;
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

В подавляющем большинстве случаев на практике системы массового обслуживания являются многоканальными и, следовательно, модели с n обслуживающими каналами (где $n > 1$), представляют несомненный интерес.

Процесс массового обслуживания, описываемый данной моделью, характеризуется интенсивностью входного потока λ , при этом параллельно может обслуживаться не более n клиентов (заявок). Средняя продолжительность обслуживания одной заявки равняется

$1/\mu$. Входной и выходной потоки являются пуассоновскими. Режим функционирования того или иного обслуживающего канала не влияет на режим функционирования других обслуживающих каналов системы. Причем, длительность процедуры обслуживания каждым из каналов является случайной величиной, подчиненной экспоненциальному закону распределения. Конечная цель использования n параллельно включенных обслуживающих каналов заключается в повышении (по сравнению с одноканальной системой) скорости обслуживания требований за счет обслуживания одновременно n клиентов.

Состояния данной СМО имеют следующую интерпретацию:

S_0 – все каналы свободны;

S_1 – занят один канал, остальные свободны;

.....

S_k – заняты ровно k каналов, остальные свободны;

.....

S_n – заняты все n каналов, заявка получает отказ в обслуживании.

Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний системы

$P_0, \dots, P_k, \dots, P_n$ будут иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1; \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_k}{dt} = \lambda \cdot P_{k-1} - (\lambda + k \cdot \mu) \cdot P_k + \mu \cdot (k+1) \cdot P_{k+1}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_n}{dt} = \lambda \cdot P_{n-1} - \mu \cdot n \cdot P_n \quad . \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Начальные условия решения системы:

$$P_0(0)=1, \quad P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_k(0) = \dots = P_n(0) = 0.$$

Стационарное решение системы имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_k = \frac{\frac{\rho^k}{k!}}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{\rho^k}{k!} \cdot P_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \\ P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right]}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \end{array} \right. \quad (3.2)$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Формулы для вычисления вероятностей P_k называются формулами Эрланга.

Определим вероятностные характеристики функционирования многоканальной СМО с отказами в стационарном режиме:

– вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0, \quad (3.3)$$

т. к. заявка получает отказ, если приходит в момент, когда все n каналов заняты. Величина $P_{\text{отк}}$ характеризует полноту обслуживания входящего потока,

– вероятность того, что заявка будет принята к обслуживанию (она же – относительная пропускная способность системы q)

дополняет $P_{\text{отк}}$ до единицы:

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0; \quad (3.4)$$

– абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda \cdot q = \lambda \cdot (1 - P_{\text{отк}}); \quad (3.5)$$

– среднее число каналов, занятых обслуживанием ($\bar{k}$):

$$\bar{k} = \sum_{k=1}^n k \cdot P_k = \rho \cdot (1 - P_{\text{отк}}). \quad (3.6)$$

Величина $\bar{k}$ характеризует степень загрузки СМО.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Согласно исходным данным (таблица 1.1), рассчитать:

- вероятность отказа в обслуживании заявки;
- относительную пропускную способность;
- абсолютную пропускную способность;
- среднее число каналов, занятых обслуживанием;
- сделать выводы.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Расчет вероятности отказа в обслуживании заявки;
- 6.2 Расчет относительной пропускной способности;
- 6.3 Расчет абсолютной пропускной способности;
- 6.4 Расчет среднего числа каналов, занятых обслуживанием;
- 6.5 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 В чем сущность данной системы массового обслуживания?
- 7.2 Каковы состояния данной системы массового обслуживания?
- 7.3 Как будет описываться стационарный процесс в данной системе массового обслуживания?
- 7.4 Как определяется среднее число каналов, занятых обслуживанием?
- 7.5 Как определяется абсолютная пропускная способность?
- 7.6 Как определяется вероятность того, что заявка будет принята к обслуживанию?
- 7.7 Как определяется вероятность отказа?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные

выше .

Практическое занятие 8

Определение характеристик многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки моделирования многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить среднее число клиентов в очереди на обслуживание;
2. Определить среднее число находящихся в системе клиентов;
3. Определить среднюю продолжительность пребывания клиента (заявки на обслуживание) в очереди;
4. Определить среднюю продолжительность пребывания клиента в системе;
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Процесс массового обслуживания при этом характеризуется тем, что входной и выходной потоки являются пуассоновскими с интенсивностями λ и μ соответственно, и тем обстоятельством, что параллельно обслуживаться может не более C клиентов. Система имеет C каналов обслуживания. Средняя

продолжительность обслуживания одного клиента равна $\frac{1}{\mu}$.

В установившемся режиме функционирование многоканальной СМО с ожиданием и неограниченной очередью может быть описано с помощью системы алгебраических уравнений:

$$0 = \lambda \cdot P_{n-1} - (\lambda + n \cdot \mu) \cdot P_n + (n+1) \cdot \mu \cdot P_{n+1}, \quad (4.1)$$

при $1 \leq n < C$;

$$0 = \lambda \cdot P_{n-1} - (\lambda + C \cdot \mu) \cdot P_n + C \cdot \mu \cdot P_{n+1},$$

при $n \geq C$.

Решение системы уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} P_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0, & \text{при } 0 \leq n < C, \\ P_n = \frac{\rho^n}{C! \cdot C^{n-C}} \cdot P_0, & \text{при } n \geq C, \end{cases} \quad (4.2)$$

где

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^C}{C! \left[1 - \left(\frac{\rho}{C} \right) \right]} \right\}^{-1}. \quad (4.3)$$

Решение будет действительным, если выполняется условие

$$\left[\frac{\lambda}{\mu \cdot C} \right] < 1.$$

Вероятностные характеристики функционирования в стационарном режиме многоканальной СМО с ожиданием и неограниченной очередью определяются по формулам:

– среднее число клиентов в очереди на обслуживание:

$$L_q = \left[\frac{C \cdot \rho}{(C - \rho)^2} \right] \cdot P_C ; \quad (4.4)$$

– среднее число находящихся в системе клиентов (заявок на обслуживание и в очереди):

$$L_s = L_q + \rho ; \quad (4.5)$$

– средняя продолжительность пребывания клиента (заявки на обслуживание) в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} ; \quad (4.6)$$

– средняя продолжительность пребывания клиента в системе:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}. \quad (4.7)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться

общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Согласно исходным данным (таблица 1.1), рассчитать:

- среднее число клиентов в очереди на обслуживание;
- среднее число находящихся в системе клиентов;
- среднюю продолжительность пребывания клиента (заявки на обслуживание) в очереди;
- среднюю продолжительность пребывания клиента в системе;
- Сделать выводы.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Расчет среднего числа клиентов в очереди на обслуживание;
- 6.2 Расчет среднего числа находящихся в системе клиентов;
- 6.3 Расчет средней продолжительности пребывания клиента в очереди;
- 6.4 Расчет средней продолжительности пребывания клиента в системе;
- 6.5 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 В чем сущность данной системы массового обслуживания?
- 7.2 Каковы состояния данной системы массового обслуживания?
- 7.3 Как будет описываться стационарный процесс в данной системе массового обслуживания?
- 7.4 Как определяется среднее число клиентов в очереди на обслуживание?
- 7.5 Как определяется среднее число находящихся в системе клиентов?
- 7.6 Как определяется средняя продолжительность пребывания клиента (заявки на обслуживание) в очереди?
- 7.7 Как определяется средняя продолжительность пребывания клиента в системе?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в

предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 9

Статистическое моделирование систем

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки статистического моделирования систем.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить параметры модели;
2. Смоделировать случайную величину, распределенную по заданному закону;
3. Построить гистограмму распределения случайной величины;
4. Произвести оценку качества;
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Решение любой задачи методом статистического моделирования состоит в:

- разработке и построении структурной схемы процесса, выявлении основных взаимосвязей;
- формальном описании процесса;
- моделировании случайных явлений (случайных событий, случайных величин, случайных функций), сопровождающих функционирование исследуемой системы;
- моделировании (с использованием данных, полученных на предыдущем этапе) функционирования системы – воспроизведении процесса в соответствии с разработанной структурной схемой и формальным описанием;
- накоплении результатов моделирования, их статистической обработке, анализе и обобщении.

Моделирование случайных величин

Для моделирования случайной величины необходимо знать ее закон распределения. Наиболее общим способом получения последовательности случайных чисел, распределенных по произвольному закону, является способ, в основе которого лежит их формирование из исходной последовательности случайных чисел,

распределенных в интервале $[0,1]$ по равномерному закону.

Формулы для моделирования случайных величин

Экспоненциальный

Плотность распределения

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}. \quad (5.1)$$

Формула для моделирования случайной величины

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \xi_i. \quad (5.2)$$

Вейбула

Плотность распределения

$$f(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{a} \right)^{a-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{b} \right)^a \right]. \quad (5.3)$$

Формула для моделирования случайной величины

$$x_i = -b \cdot (\ln \xi_i)^{1/a}. \quad (5.4)$$

Гамма-распределение

Плотность распределения

$$f(x) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} \cdot e^{-\lambda \cdot x} x^{\eta-1}. \quad (5.5)$$

Формула для моделирования случайной величины

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{\eta} \ln(1 - \xi_j). \quad (5.6)$$

Нормальное

Плотность распределения

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (5.7)$$

Формула для моделирования случайной величины

$$x_i = \bar{x} + \sigma \left(\sum_{i=1}^{\eta} \xi_i - 6 \right). \quad (5.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Получить вариант задания (таблица 5.1)

Таблица 5.1 – Исходные данные

Вариант	Условия моделирования
1	Периодичность поступления заявок на обслуживание подчинена показательному закону распределения. Средний интервал между поступлениями заявок в систему равен $\bar{t} = 2$ часа. Определить последовательность значений продолжительности интервалов между поступлениями заявок. Число реализаций равно 10.
2	Время обслуживания работника предприятия кассой бухгалтерии является случайной величиной, распределенной в соответствии с законом Вейбула. Среднее время обслуживания $\bar{t} = 3$ мин, среднеквадратическое отклонение равно $\sigma = 2$ мин. Требуется смоделировать случайную величину, отвечающую этим условиям. Число реализаций принять равным 10.
3	При обработке экспериментальных данных было установлено, что время, расходуемое на станции технического обслуживания автомобилей для замены двигателя, распределено по нормальному закону, параметры которого равны $\bar{x} = 2,8$ часа на один двигатель и $\sigma_{\bar{x}} = 0,6$ часа. Требуется смоделировать для отмеченных условий случайную величину – время X , расходуемое для замены двигателя. Число реализаций принять равным 5.
4	Время проверки приемки квартального отчета инспектором налоговой службы (t) величина случайная, распределенная в соответствии с законом Вейбула. Среднее время проверки и приемки равно $\bar{t} = 20$ мин. Коэффициент вариации величины t равен $V_t = 0,52$. Требуется смоделировать для заданных условий

Вариант	Условия моделирования
	случайные числа t (число реализаций принять равным 10).
5	Среднее число исправных станков в токарном цехе на заводе равно $\bar{x} = 6$. Среднеквадратическое отклонение равно $\sigma_{\bar{x}} = 2,2$. Требуется смоделировать число исправных станков в цехе (число реализаций равно пяти) при условии, что случайная величина X имеет гамма-распределение.
6	Вероятность замены неисправной детали на новую при ремонте автомобиля в каждом испытании равна $p = 0,63$. Смоделировать пять испытаний и определить последовательность замены детали на новую или восстановленную.
7	При испытании могут иметь место зависимые и совместные три события: работает только первый кассир по выдаче заработной платы, работает только второй кассир, работают оба кассира. При этом известно, что вероятность работы первого кассира равна 0,6; вероятность работы второго кассира равна 0,7; вероятность работы двух кассиров равна 0,4. Смоделировать возможность реализации двух событий: работает только первый кассир; работает только второй кассир в трех испытаниях.
8	Сохраниются условия задачи 7. Определить номер интервала, в который попадет максимальное количество отказов.
9	Система имеет два элемента. Средняя периодичность первого элемента равна $\bar{t}_1 = 60$ час., второго элемента – $\bar{t}_2 = 85$ час. Периодичности отказа первого и второго элемента – случайные величины, подчиненные экспоненциальному закону распределения. Определить параметр и функцию распределения потока отказов системы по интервалам времени $\Delta t = 8$ час. Число реализации принять равным $N = 10$.
10	Сохраниются условия задачи 9. Определить номера интервалов, в которые попадут максимальные количества отказов первого, второго элемента и в целом всей системы.
11	Пусть при испытании могут иметь место зависимые и совместные события A и D . Известно, что вероятности появления событий равны $P(A) = 0,6$; $P(D) = 0,3$, а также вероятность совместного появления событий A и D : $P(AD) = 0,4$. Смоделировать появление событий A и D в пяти испытаниях.
12	Периодичность проверки предприятий налоговой инспекции величина случайная (Δt), подчиняющаяся закону гамма-распределения. Средний интервал поверки равен $\Delta \bar{t} = 2,5$ месяца. Коэффициент вариации величины

Вариант	Условия моделирования
	Δt равен $V = 0,38$. Требуется смоделировать для заданных условий возможные моменты проверок предприятия налоговой инспекцией (число реализаций принять равным 10).
13	Сохраняются условия задачи 12. Определить количество проверок налоговой инспекцией за первый год работы предприятия.
14	Среднее число работающих машин на заводе равно $\bar{x} = 25$. Коэффициент вариации числа работающих равен $V = 0,6$. Требуется смоделировать число работающих машин на заводе (число реализаций равно 10). Случайная величина X имеет распределение Вейбула.
15	После каждой проверки предприятия налоговой инспекцией вероятность появления необходимости аудиторской проверки данного предприятия равна $P = 0,72$. Смоделировать шесть испытаний. Определить последовательность проведения различных проверок предприятия.

Определить параметры модели;

Смоделировать случайную величину, распределенную по заданному закону;

Построить гистограмму распределения случайной величины;

Произвести оценку качества;

Сделать выводы.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Расчет параметров модели;

6.2 Расчет случайной величины, распределенной по заданному закону;

6.3 Гистограмму распределения случайной величины;

6.4 Оценку качества;

6.5 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 В чем заключается решение задачи методом статистического моделирования?

7.2 Какой способ получения последовательности случайных чисел Вам известен?

7.3 Как определить плотность распределения экспоненциального закона?

- 7.4 Как определить плотность распределения Вейбула?
- 7.5 Как определить плотность гамма-распределения?
- 7.6 Как определить плотность распределения нормального закона?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 10

Графическое решение задачи линейного программирования

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки решения задач линейного программирования графическим методом.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Построить прямые, уравнения которых получаются в результате замены в ограничениях знаков неравенств на знаки равенств;
2. Найти полуплоскости, определяемые каждым из ограничений задачи;
3. Определить многоугольник решений;
4. Построить вектор $\bar{C} = (c_1; c_2)$;
5. Построить прямую $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору $\bar{C}$;
6. Определить координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой функции в этой точке;
7. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Графический способ решения задач линейного программирования целесообразно использовать:

- при решении задач с двумя переменными, когда ограничения выражены неравенствами,
- для решения задач со многими переменными при условии, что в их канонической записи содержится не более двух свободных переменных.

Запишем задачу линейного программирования с двумя переменными:

- целевая функция :

$$Z_{\max} = c_1x_1 + c_2x_2; \quad (6.1)$$

- ограничения:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2, \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m; \end{cases} \quad (6.2)$$

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0. \quad (6.3)$$

Каждое из неравенств (6.1)–(6.2) системы ограничений задачи геометрически определяет полуплоскость соответственно с граничными прямыми $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$; $(i = \overline{1, m})$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0$. В том случае, если система неравенств (6.2), (6.3) совместна, область ее решений есть множество точек, принадлежащих всем указанным полуплоскостям. Так как множество точек пересечения данных полуплоскостей – выпуклое, то область допустимых решений является выпуклое множество, которое называется многоугольником решений. Стороны этого многоугольника лежат на прямых, уравнения которых получаются из исходной системы ограничений заменой знаков неравенств на знаки равенств. Областью допустимых решений (7.35)–(7.36) может быть:

- выпуклый многоугольник,
- выпуклая многоугольная неограниченная область,
- пустая область,
- луч,
- отрезок,
- единственная точка.

Целевая функция (6.1) определяет на плоскости семейство параллельных прямых, каждой из которых соответствует определенное значение Z .

Вектор $\overline{C} = (c_1; c_2)$ с координатами c_1 и c_2 , перпендикулярный к этим прямым, указывает направление наискорейшего возрастания Z , а противоположный вектор – направление убывания Z .

Если в одной и той же системе координат изобразить область допустимых решений системы (6.2)–(6.3) и семейство параллельных прямых (6.2), то задача определения максимума функции Z сведется к нахождению в допустимой области точки, через которую

проходит прямая из семейства $Z = \text{const}$, которая соответствует наибольшему значению параметра Z .

Эта точка существует тогда, когда многоугольник решений не пуст и на нем целевая функция ограничена сверху. При указанных условиях в одной из вершин многоугольника решений целевая функция принимает максимальное значение. Для определения данной вершины построим линию уровня $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору $\bar{C} = (c_1; c_2)$, и будем передвигать ее в направлении вектора $\bar{C} = (c_1; c_2)$ до тех пор, пока она не коснется последней крайней, угловой точки многоугольника решений. Координаты указанной точки и определяют оптимальный план данной задачи.

Заканчивая рассмотрение геометрической интерпретации задачи (6.1)–(6.3), отметим, что при нахождении ее решения могут встретиться случаи, изображенные на рис. 6.1–6.4. Рис. 6.1 характеризует такой случай, когда целевая функция принимает максимальное значение в единственной точке А. Из рис. 6.2 видно, что максимальное значение целевая функция принимает в любой точке отрезка АВ.

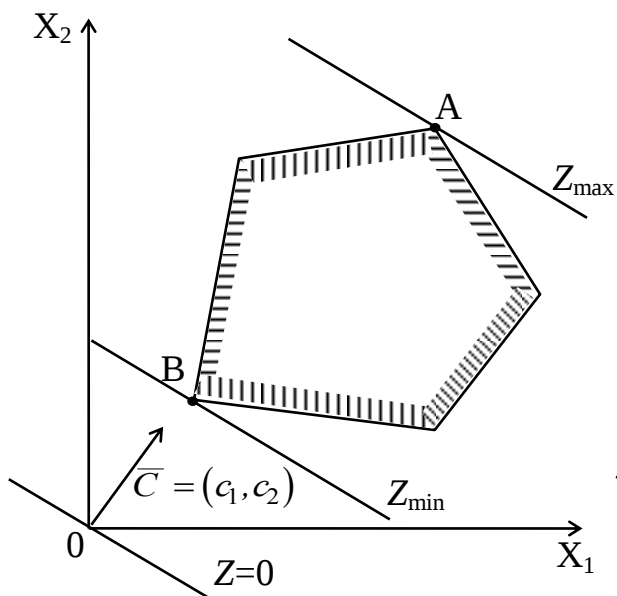


Рисунок 6.1

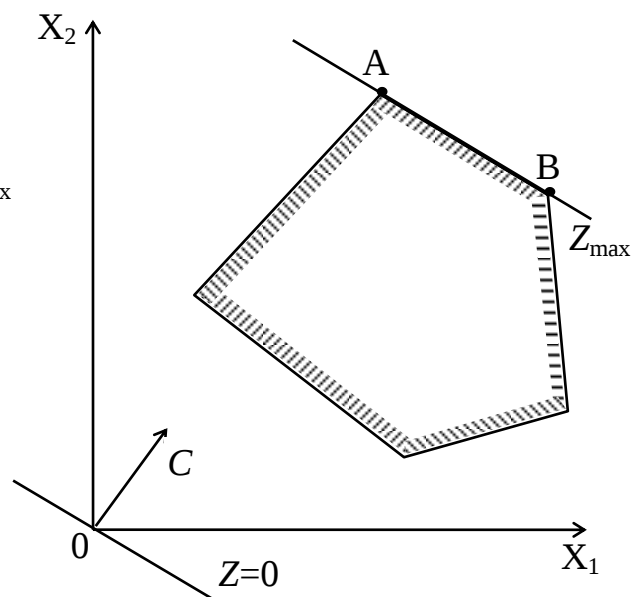


Рисунок 6.2

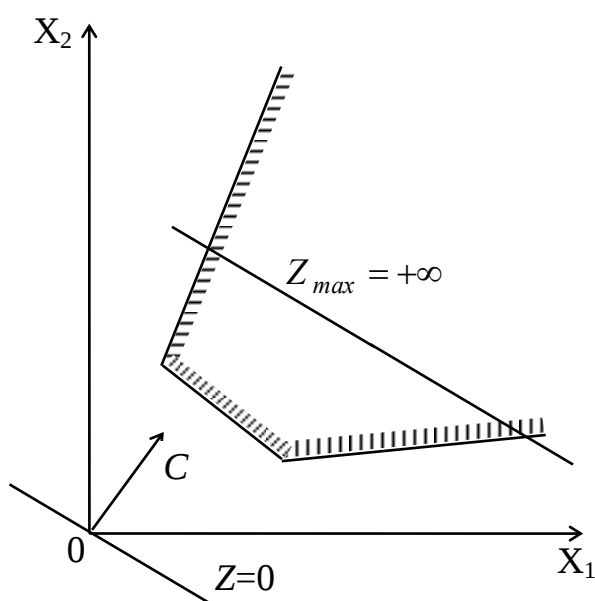


Рисунок 6.3

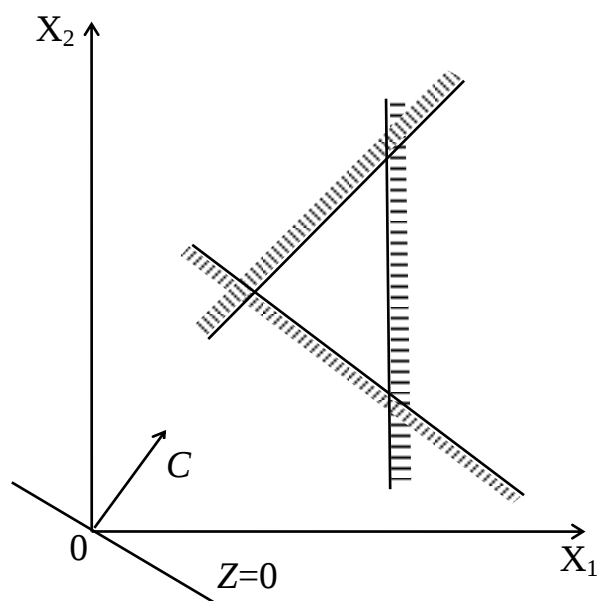


Рисунок. 6.4

На рисунке 6.3 изображен случай, когда максимум недостижим, а на рис.6.4 – случай, когда система ограничений задачи несовместна. Отметим, что нахождение минимального значения Z при данной системе ограничений отличается от нахождения ее максимального значения при тех же ограничениях лишь тем, что линия уровня Z передвигается не в направлении вектора

$\bar{C} = (c_1; c_2)$, а в противоположном направлении. Таким образом, отмеченные выше случаи, встречающиеся при нахождении максимального значения целевой функции, имеют место и при определении ее минимального значения.

Для практического решения задачи линейного программирования на основе ее геометрической интерпретации необходимо:

1. Построить прямые, уравнения которых получаются в результате замены в ограничениях знаков неравенств на знаки равенств.
2. Найти полуплоскости, определяемые каждым из ограничений задачи.
3. Определить многоугольник решений.
4. Построить вектор $\bar{C} = (c_1; c_2)$.
5. Построить прямую $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору $\bar{C}$.
6. Передвигать прямую $Z = c_1x_1 + c_2x_2$ в направлении вектора $\bar{C}$, в результате чего либо находят точку (точки), в которых целевая функция принимает максимальное значение, либо устанавливают неограниченность функции сверху на множестве планов.
7. Определить координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой функции в этой точке.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

Получить вариант задания (таблица 6.1).

Таблица 6.1 – Исходные данные

Вари- ант	Целевая функция и ограничения	Вари- ант	Целевая функция и ограничения
1	$W = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4 \end{cases}$	14	$W = x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 8 \\ -3x_1 + 10x_2 \leq 16 \end{cases}$
2	$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ 2x_1 + x_2 \leq 20 \end{cases}$	15	$W = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \end{cases}$
3	$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$	16	$W = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 5 \end{cases}$
4	$W = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \end{cases}$	17	$W = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x \leq 500 \\ x_1 \leq 400 \\ x_2 \leq 300 \end{cases}$
5	$W = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 \leq 3 \\ x_2 \leq 1 \end{cases}$	18	$W = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 15 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \end{cases}$
6	$W = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 20 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 30 \end{cases}$	19	$W = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 \leq 11 \\ x_1 \leq 2,75 \\ 3x_2 \leq 1,1 \end{cases}$
7	$W = 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 \geq 3 \\ x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 9 \end{cases}$	20	$W = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + 10x_2 \leq 1 \\ -2x_1 + 24x_2 \leq 1 \end{cases}$

Вари- ант	Целевая функция и ограничения	Вари- ант	Целевая функция и ограничения
8	$W = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 4x_1 + 8x_2 \leq 17 \\ x_1 \leq 3 \\ x_2 \leq 2 \end{cases}$	21	$W = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 + 6x_2 \leq 7 \end{cases}$
9	$W = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ -4x_1 + 6x_2 \leq 9 \end{cases}$	22	$W = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 15x_2 \leq 32 \\ x_1 \leq 31 \\ x_2 \leq 2 \end{cases}$
10	$W = 4x_1 - x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \leq 9 \\ -5x_1 + 8x_2 \leq 4 \end{cases}$	23	$W = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ -2x_1 + 9x_2 \leq 21 \end{cases}$
11	$W = x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \leq 7 \end{cases}$	24	$W = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ -2x_1 + 9x_2 \leq 21 \end{cases}$
12	$W = 7x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 5 \\ 3x_1 + x_2 \leq 16 \end{cases}$	25	$W = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 8 \\ -3x_1 + 8x_2 \leq 4 \end{cases}$
13	$W = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 16x_1 + 4x_2 \leq 9 \\ x_1 \leq \frac{1}{3} \\ x_2 \leq \frac{2}{3} \end{cases}$	26	$W = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1 + 3x_2 \leq 6 \end{cases}$

Во всех задачах $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

Порядок выполнения рассмотрим на примере решения задачи геометрическим способом.

Предприятие изготавливает два вида продукции Π_1 и Π_2 ,

которая поступает в оптовую продажу. Для производства продукции используются два вида сырья А и В. Максимально возможные запасы сырья в сутки составляют 9 и 13 единиц соответственно. Расход сырья каждого вида на единицу продукции вида P_1 и вида P_2 приведены в таблице 6.2

Таблица 6.2 – Данные о расходе сырья

Сырье	Расход сырья на единицу продукции, ед.		Запас сырья, ед.
	P_1	P_2	
А	2	3	9
В	3	2	13

Опыт работы показал, что суточный спрос на продукцию P_1 никогда не превышает спроса на продукцию P_2 более чем на 1 единицу. Кроме того, известно, что спрос на продукцию P_2 никогда не превышает 2 единицы в сутки.

Оптовые цены единицы продукции равны 3 у. д. е. для P_1 и 4 у. д.е. для P_2 .

Какое количество продукции каждого вида должно производить предприятие, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Решение

Построим многоугольник решений (рисунок 6.5). Для этого в системе координат X_1OX_2 на плоскости изобразим граничные прямые:

$$2x_1 + 3x_2 = 9 \quad (L_1),$$

$$3x_1 + 2x_2 = 13 \quad (L_2),$$

$$x_1 - x_2 = 1 \quad (L_3),$$

$$x_2 = 2 \quad (L_4).$$

Взяв какую-либо точку, например, начало координат, установим, какую полуплоскость определяет соответствующее

неравенство. Полуплоскости, определяемые неравенствами, на рисунке 6.5 показаны стрелками. Областью решений является многоугольник $OABCD$.

Для построения прямой $Z = 3x_1 + 4x_2 = 0$ строим вектор-градиент $\overline{C} = (3; 4)$ и через точку O проводим прямую, перпендикулярную ему. Построенную прямую $Z=0$ перемещаем параллельно самой себе в направлении вектора $\overline{C}$. Из рисунка 6.5 следует, что опорной по отношению к многоугольнику решений эта прямая становится в точке C , где функция принимает максимальное значение. Точка C лежит на пересечении прямых L_1 и L_3 . Для определения ее координат решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 9, \\ x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$$

Оптимальный план задачи $x_1=2,4$; $x_2=1,4$. Подставляя значения x_1 и x_2 в линейную функцию, получаем:

$$Z_{\max} = 3 \cdot 2,4 + 4 \cdot 1,4 = 12,8.$$

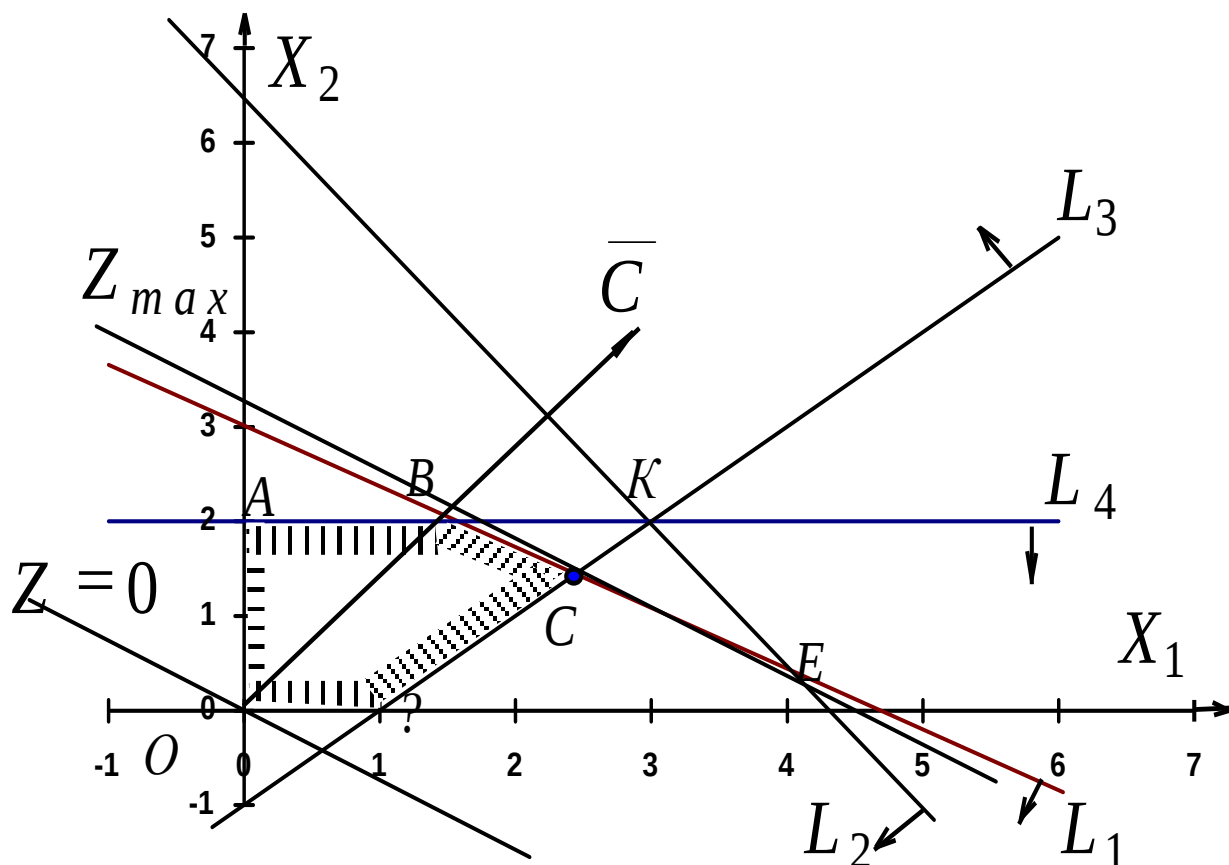


Рисунок 6.5 – Графическое решение задачи

Полученное решение означает, что объем производства продукции Π_1 должен быть равен 2,4 единицы, а продукция Π_2 – 1,4 единицы. Доход, получаемый в этом случае, составит $Z=12,8$ у. д. е.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Прямые уравнений, вектор $\bar{C}=(c_1;c_2)$, прямую

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0;$$

6.2 Многоугольник решений;

6.3 Координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой функции в этой точке;

6.4 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Что необходимо для практического решения задачи

линейного программирования?

7.2 Какие частные случаи встречаются при решении задачи линейного программирования графическим методом?

7.3 Что определяет целевая функция на плоскости?

7.4 Что может быть областью допустимых решений в задаче линейного программирования при решении ее графическим методом?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 11

Моделирование движения транспортных средств на регулируемых перекрестках

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки моделирование движения транспортных средств на регулируемых перекрестках.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить интенсивность обслуживания.
2. Определить среднее число находящихся в системе заявок на обслуживание.
3. Определить среднюю продолжительность пребывания заявки в системе.
4. Определить среднее число заявок в очереди на обслуживание.
5. Определить среднюю продолжительность пребывания автомобиля в очереди.
6. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Одним из способов моделирования движения транспортных средств на перекрестках (и не только) является применение метода теории массового обслуживания.

Перекресток, имеющий светофорное регулирование, не сложно представить как одноканальную (или многоканальную) **систему массового обслуживания с неограниченным временем ожидания**, где:

1. Интенсивность заявок λ – интенсивность движения транспортных средств n , авт/с;
2. Дисциплина очереди – первый пришел – первый

обслуживаешься;

3. Четкий механизм обслуживания – при структуре цикла регулирования:

$$T_{\text{ц}} = t_{o1} + t_{n1} + t_{o2} + t_{n2} + \dots + t_{ok} + t_{nk}, \quad (4.1)$$

интенсивность обслуживания определится:

$$\mu = \frac{t_{oi}}{T_{\text{ц}} \cdot t'}, \text{ авт/с}, \quad (4.2)$$

где t' – время обслуживания одного автомобиля, с;

t_{oi} – продолжительность разрешающего сигнала для i -го направления, с.

Время обслуживания автомобиля зависит от комплексного показателя.

Стационарный режим функционирования данной системы массового обслуживания (СМО) существует при $t \rightarrow \infty$ для любого $n = 0, 1, 2, \dots$ и когда $\lambda < \mu$. Система алгебраических уравнений, описывающих работу данной СМО имеет вид:

$$\begin{cases} -\lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1 = 0, n=0 \\ \lambda \cdot P_{n-1} + \mu \cdot P_{n+1} - (\lambda + \mu) \cdot P_n = 0, n>0, \end{cases} \quad (4.3)$$

где P_0 – вероятность того, что перекресток свободен для движения и заявок не поступает,

P_1 – вероятность того, что перекресток обслуживает один автомобиль, очереди нет,

P_2 – вероятность того, что перекресток обслуживает один автомобиль, очередь – один автомобиль,

P_n – вероятность того, что перекресток обслуживает один автомобиль, очередь – $n-1$ автомобилей.

Решение данной системы уравнений имеет вид:

$$P_n = (1 - \rho) \cdot \rho^n, n=0, 1, 2, \dots, \quad (4.4)$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$.

Характеристики данной СМО следующие:

Среднее число находящихся в системе заявок на обслуживание:

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = \frac{\rho}{1-\rho} . \quad (4.5)$$

Средняя продолжительность пребывания заявки в системе:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu \cdot (1-\rho)} . \quad (4.6)$$

Среднее число заявок в очереди на обслуживание:

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{1-\rho} . \quad (4.7)$$

Средняя продолжительность пребывания автомобиля в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu \cdot (1-\rho)} . \quad (4.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Согласно заданию (см. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1 таблица 1.1), определить интенсивность обслуживания.

5.2 Определить среднее число находящихся в системе заявок на обслуживание.

5.3 Определить среднюю продолжительность пребывания заявки в системе.

5.4 Определить среднее число заявок в очереди на обслуживание.

5.5 Определить среднюю продолжительность пребывания автомобиля в очереди.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Расчет интенсивности обслуживания.

6.2 Расчет среднего числа находящихся в системе заявок на

обслуживание.

6.3 Расчет средней продолжительности пребывания заявки в системе.

6.4 Расчет среднего числа заявок в очереди на обслуживание.

6.5 Расчет средней продолжительности пребывания автомобиля в очереди.

6.6 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Какой метод применен при моделировании движения транспортных средств на перекрестках?

7.2 Как определяется интенсивность заявок?

7.3 Какова дисциплина очереди?

7.4 Как определяется интенсивность обслуживания?

7.5 От чего зависит время обслуживания автомобиля?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 12

статистическая оптимизация цикла светофорного регулирования

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки статистической оптимизации цикла светофорного регулирования.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Определить координаты кривых в системе ограничений.
2. Графически представить ограничения.
3. Определить оптимальную структуру цикла светофорного регулирования.

4. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Оптимизация двухфазного цикла светофорного регулирования производится следующим образом.

Ограничения, накладываемые на структуру цикла регулирования следующие:

1. Величина основного такта регулирования должна быть меньше минимального значения (7 с):

$$\begin{aligned} t_{o1} &\geq 7, \\ t_{o2} &\geq 7. \end{aligned} \quad (5.1)$$

2. Величина основного такта регулирования должна быть больше времени, необходимого для безопасного пропуска пешеходов t_{neu} с:

$$\begin{aligned} t_{o1} &\geq t_{neu1}, \\ t_{o2} &\geq t_{neu2}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

3. Величина цикла регулирования должна быть меньше 120 с, т. е.:

$$T_{\Pi} = t_{o1} + t_{n1} + t_{o2} + t_{n2} \leq 120. \quad (5.3)$$

4. Интенсивность обслуживания должна быть меньше интенсивности движения ($\rho = \lambda/\mu < 1$):

$$\begin{aligned} (1 - \lambda_1 t') t_{o1} - \lambda_1 t' t_{o2} &> \lambda_1 t' T_{\Pi}, \\ (1 - \lambda_2 t') t_{o2} - \lambda_2 t' t_{o1} &> \lambda_2 t' T_{\Pi}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

После несложных преобразований получим систему ограничений:

$$\begin{cases} t_{o1} \geq 7, \\ t_{o2} \geq 7, \\ t_{o1} \geq t_{neu1}, \\ t_{o2} \geq t_{neu2}, \\ t_{o1} + t_{o2} \leq 120 - T_{\Pi}, \\ (1 - \lambda_1 t') t_{o1} - \lambda_1 t' t_{o2} > \lambda_1 t' T_{\Pi}, \\ (1 - \lambda_2 t') t_{o2} - \lambda_2 t' t_{o1} > \lambda_2 t' T_{\Pi}. \end{cases} \quad (5.5)$$

Целевая функция – минимальная средневзвешенная задержка на перекрестке:

$$\frac{\frac{\lambda_1^2}{\mu_1^2 \cdot \left(1 - \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right)} + \frac{\lambda_2^2}{\mu_2^2 \cdot \left(1 - \frac{\lambda_2}{\mu_2}\right)}}{\lambda_1 + \lambda_2} = t_{cp} \rightarrow \min. \quad (5.6)$$

Решение задачи оптимизации циклов светофорного регулирования сводится к линейному программированию, если графически представить ограничения (14), то получим (рисунок 5.1).

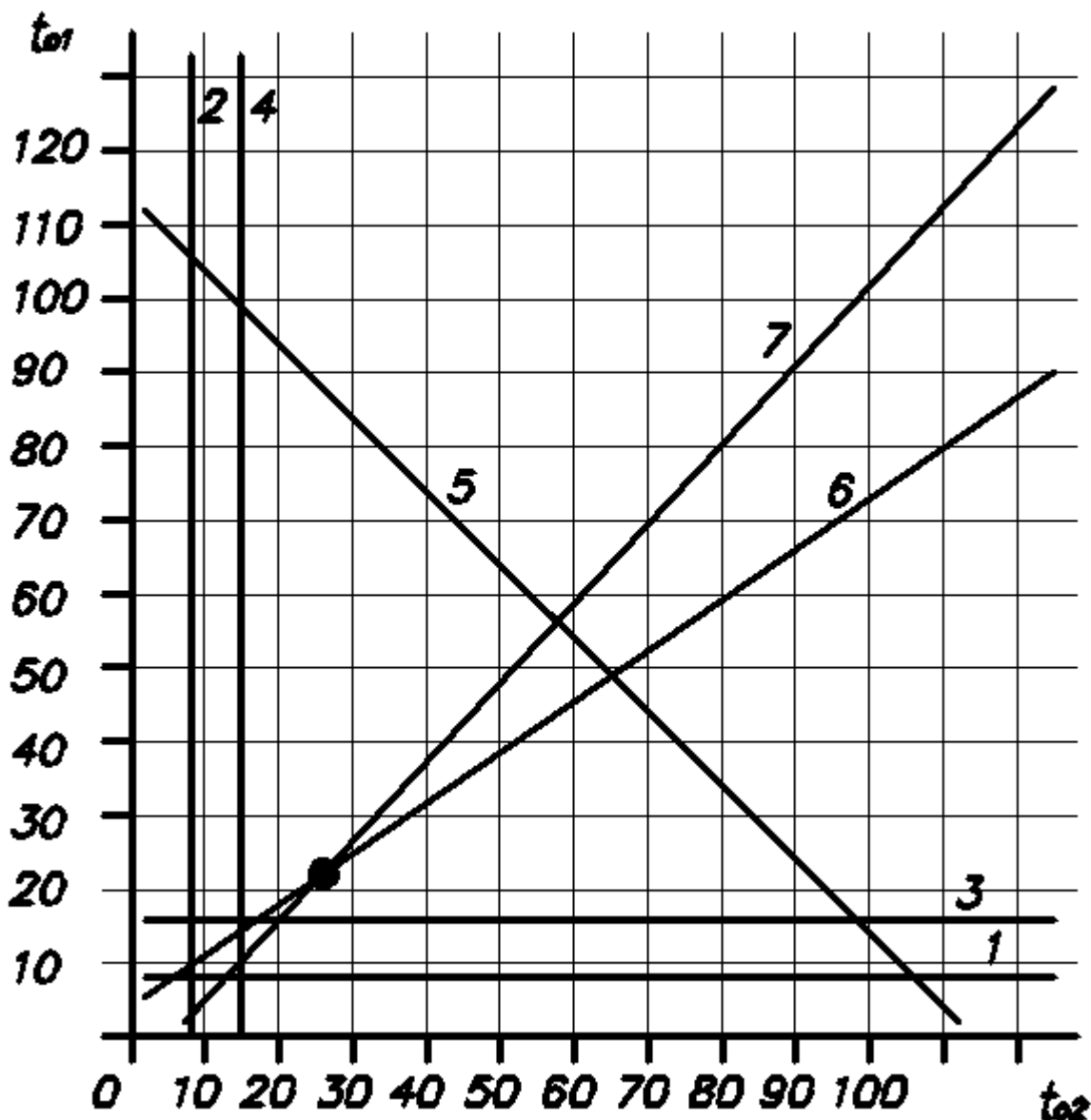


Рисунок 5.1 – Графическое изображение ограничений:

1, 2 – минимальные значения тактов (7 с); 3, 4 – минимальные значения тактов (по условию безопасного пропуска пешеходов); 5 – максимальное значение такта (по условию $T_{ц} \leq 120$); 6, 7 – ограничение, накладываемое на величину тактов, исходящее из условий, что пропускная способность должна быть больше интенсивности движения.

Точка пересечения кривых 6, 7 характеризует оптимальное значение цикла светофорного регулирования.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

- 5.1 Определить координаты кривых в системе ограничений.
- 5.2 Графически представить ограничения.
- 5.3 Определить оптимальную структуру цикла светофорного регулирования.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Расчет координат кривых в системе ограничений.
- 6.2 График ограничений.
- 6.3 Расчет оптимальной структуры цикла светофорного регулирования.
- 6.4 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 Каково минимальное значение основного такта?
- 7.2 Каково максимальное значение цикла регулирования?
- 7.3 Что такое целевая функция?
- 7.4 Какова целевая функция?
- 7.5 К чему сводится решение задачи оптимизации циклов светофорного регулирования?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

Практическое занятие 13

Построение многофакторной корреляционно – регрессионной модели

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Сформировать перечень факторов и провести их логический анализ.
2. Осуществить спецификацию функции регрессии.
3. Оценить параметры функции регрессии.
4. Отобрать главные факторы.
5. Проверить адекватность модели.
6. Осуществить прогнозирование неизвестных значений зависимой переменной.

2 Теоретическое обоснование

Оценить влияние большого количества факторов на результативный показатель, можно введя их в модель, т.е. построив уравнение множественной регрессии:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (2.1)$$

где y – результативный признак,

$x_1, x_2, \dots, x_m$ – факторные признаки.

Для построения уравнения множественной регрессии чаще всего используются линейная функция:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_m \cdot x_m + \varepsilon. \quad (2.2)$$

Разработка модели и исследование экономических процессов при использовании многофакторного корреляционно-регрессионного анализа включает в себя следующие основные этапы.

1. Постановка экономической проблемы и ее качественный анализ
2. Формирование перечня факторов и их логический анализ.
3. Сбор исходных данных и их первичная обработка.
4. Спецификация функции регрессии.
5. Оценка параметров функции регрессии.
6. Отбор главных факторов.
7. Проверка адекватности модели.

8. Экономическая интерпретация.

9. Прогнозирование неизвестных значений зависимой переменной.

3 Аппаратура и материалы:

микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Построение модели произвести на примере уровня производительности труда рабочих промышленного предприятия (таблица 5.1).

Таблица 5.1 – Исходные данные

№ предприя тия	У ₁	У ₂	У ₃	Х ₄	Х ₅	Х ₆	Х ₇	Х ₈	Х ₉	Х ₁₀	Х ₁₁	Х ₁₂	Х ₁₃	Х ₁₄	Х ₁₅	Х ₁₆	Х ₁₇
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	9,26	204,20	13,26	0,23	0,78	0,40	1,37	1,23	0,23	1,45	26006	167,69	47750	6,40	166,32	10,08	17,72
2	9,38	209,60	10,16	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,30	23935	186,10	50391	7,80	92,88	14,76	18,39
3	12,11	222,60	13,72	0,19	0,68	0,40	1,44	1,80	0,43	1,37	22589	220,45	43149	9,76	158,04	6,48	26,46
4	10,81	236,70	12,85	0,17	0,70	0,50	1,42	0,43	0,18	1,65	21220	169,30	41089	7,90	93,96	21,96	22,37
5	9,35	62,00	10,63	0,23	0,62	0,40	1,35	0,88	0,15	1,91	7394	39,53	14257	5,35	173,88	11,88	28,13
6	9,87	53,10	9,12	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586	40,41	22661	9,90	162,30	12,60	17,55
7	8,17	172,10	25,83	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609	102,96	52509	4,50	88,56	11,52	21,92
8	9,12	56,50	23,39	0,26	0,71	0,44	1,27	1,70	0,09	1,89	7801	37,02	14903	4,88	101,16	8,28	19,52
9	5,88	52,60	14,68	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14	1,94	11587	45,74	25587	3,46	166,32	11,52	23,99
10	6,30	46,60	10,05	0,36	0,73	0,39	1,25	0,60	0,21	2,06	9475	40,07	16821	3,60	140,76	32,40	21,76
11	6,22	53,20	13,99	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42	1,96	10811	45,44	19459	3,56	128,52	11,52	25,68
12	5,49	30,10	9,68	0,43	0,74	0,25	1,10	0,84	0,05	1,02	6371	41,08	12973	5,65	177,84	17,28	18,13
13	6,50	146,40	10,03	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29	1,85	26761	136,14	50907	4,28	114,48	16,20	25,74
14	6,61	18,10	9,13	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48	0,88	4210	42,39	6920	8,85	93,24	13,32	21,21
15	4,32	13,60	5,37	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41	0,62	3557	37,39	5736	8,52	126,72	17,28	22,97
16	7,37	89,80	9,86	0,30	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62	1,09	14148	101,78	26705	7,19	91,80	9,72	16,38
17	7,02	62,50	12,62	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56	1,60	9872	47,55	20068	4,82	69,12	16,20	13,21
18	8,25	46,30	5,02	0,25	0,78	0,20	1,42	0,34	1,76	1,53	59,75	32,61	11487	5,46	66,24	24,84	14,48
19	8,15	103,50	21,18	0,31	0,81	0,20	1,37	1,60	1,31	1,40	16662	103,25	32029	6,20	67,68	14,76	13,38
20	8,72	73,30	25,17	0,26	0,79	0,30	1,41	1,46	0,45	2,22	9166	38,95	18946	4,25	50,40	7,56	13,69
21	6,64	76,60	19,40	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,50	1,32	15118	81,32	28025	5,38	70,56	8,64	16,66
22	8,10	73,10	21,01	0,29	0,78	0,10	1,48	1,58	0,77	1,48	11429	67,26	20968	5,88	72,00	8,64	15,06
23	5,52	32,30	6,57	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,20	0,68	6462	59,92	11049	9,27	97,20	9,00	20,09
24	9,37	199,60	14,19	0,23	0,79	0,47	1,40	0,86	0,21	2,30	24628	107,34	45893	4,36	80,28	14,76	15,98
25	13,17	598,10	15,81	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25	1,37	49727	512,60	99400	10,31	51,48	10,08	18,27
26	6,67	71,20	5,23	0,29	0,80	0,34	1,40	0,33	0,15	1,51	11470	53,81	20719	4,69	105,12	14,76	14,42
27	5,68	90,80	7,99	0,41	0,71	0,20	1,28	0,45	0,66	1,43	19448	80,83	36813	4,16	128,52	10,44	22,76
28	5,22	82,10	17,50	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74	1,82	18963	59,42	33956	3,13	94,68	14,76	15,41
29	10,02	76,20	17,16	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32	2,62	9185	36,96	17016	4,02	85,32	20,52	19,35
30	8,16	119,50	14,54	0,29	0,78	0,40	1,28	0,99	0,89	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,40	16,83
31	3,78	21,90	6,24	0,51	0,62	0,20	1,47	0,24	0,23	1,54	6265	17,16	11237	2,74	153,00	24,84	30,53
32	6,48	48,40	12,08	0,36	0,75	0,64	1,27	0,57	0,32	2,25	8810	27,29	17306	3,10	107,64	11,16	17,98
33	10,44	173,50	9,49	0,23	0,71	0,42	1,51	1,22	0,54	1,07	17659	184,33	39250	10,44	90,72	6,48	22,09
34	7,65	74,10	9,28	0,26	0,74	0,27	1,46	0,68	0,75	1,44	10342	58,42	19074	5,65	82,44	9,72	18,29

35	8,77	68,60	11,42	0,27	0,65	0,37	1,27	1,00	0,16	1,40	8901	59,40	18452	6,67	79,92	3,24	26,05
36	7,00	60,80	10,31	0,29	0,66	0,38	1,43	0,81	0,24	1,31	8402	49,63	17500	5,91	120,96	6,48	26,20
37	11,06	355,60	8,65	0,01	0,84	0,35	1,50	1,27	0,59	1,12	32625	391,27	7888	11,99	84,60	5,40	17,26
38	9,02	264,80	10,94	0,02	0,74	0,42	1,35	1,14	0,56	1,16	31160	258,62	58947	8,30	85,32	6,12	18,83
39	13,28	526,60	9,87	0,18	0,75	0,32	1,41	1,89	0,63	0,88	46461	75,66	94697	1,63	101,52	8,64	19,70
40	9,27	118,60	6,14	0,25	0,75	0,33	1,47	0,67	1,10	1,07	13833	123,68	29626	8,94	107,64	11,88	16,87
41	6,70	37,10	12,93	0,31	0,79	0,29	1,35	0,96	0,39	1,24	6391	37,21	11688	5,82	85,32	7,92	14,63
42	6,69	57,70	9,78	0,38	0,72	0,30	1,40	0,67	0,73	1,49	11115	53,37	21955	4,80	131,76	10,08	22,17
43	9,42	51,60	13,22	0,24	0,70	0,56	1,20	0,98	0,28	2,03	6555	32,87	12243	5,01	116,64	18,72	22,62
44	7,24	64,70	17,29	0,31	0,66	0,42	1,15	1,16	0,10	1,84	11085	45,63	20193	4,12	138,24	13,68	26,44
45	5,39	48,30	7,11	0,42	0,69	0,26	1,09	0,54	0,68	1,22	9484	48,41	20122	5,10	156,96	16,56	22,26
46	5,61	15,00	22,49	0,51	0,71	0,16	1,26	1,23	0,87	1,72	3967	13,58	7612	3,49	137,52	14,76	19,13
47	5,59	87,50	12,14	0,31	0,73	0,45	1,36	0,78	0,49	1,75	15283	63,99	27404	4,19	135,72	7,92	18,28
48	6,57	108,40	15,25	0,37	0,65	0,31	1,15	1,16	0,16	1,46	20874	104,55	39648	5,01	155,52	18,36	28,23
49	6,54	267,30	31,34	0,16	0,82	0,08	1,87	4,44	0,85	1,60	19418	222,11	43799	11,44	48,60	8,28	12,39
50	4,23	34,20	11,56	0,18	0,80	0,68	1,17	1,06	0,13	1,47	3351	25,76	6235	7,67	42,84	14,04	11,64
51	5,22	26,80	30,14	0,43	0,83	0,03	1,61	2,13	0,49	1,38	6338	29,52	11524	4,66	142,20	16,92	8,62
52	18,00	43,60	19,71	0,40	0,70	0,02	1,34	1,21	0,09	1,41	9756	41,99	17309	4,30	145,80	11,16	20,10
53	11,03	72,00	23,56	0,31	0,74	0,22	1,22	2,20	0,79	1,39	11795	78,11	22225	6,62	120,52	14,76	19,41

Примечание: Y_1 – производительность труда; Y_2 – индекс снижения себестоимости продукции; Y_3 – уровень рентабельности; x_4 – трудоемкость единицы продукции; x_5 – удельный вес рабочих в составе ППП; x_6 – удельный вес покупных изделий, x_7 – коэффициент сменности оборудования; x_8 – премии и вознаграждения на одного работника, x_9 – удельный вес потерь от брака; x_{10} – фондоотдача; x_{11} – среднегодовая численность ППП; x_{12} – среднегодовая стоимость ОПФ; x_{13} – среднегодовой фонд заработной платы ППП; x_{14} – фондовооруженность труда; x_{15} – оборачиваемость нормируемых оборотных средств; x_{16} – оборачиваемость ненормируемых оборотных средств; x_{17} – непроизводственные расходы

5.2 Рассмотрим пример построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели.

5.3 Рассмотрим влияние на производительность труда рабочих предприятия следующих факторов:

x_1 – коэффициент сменности оборудования;

x_2 – среднегодовая численность персонала;

x_3 – фондоотдача;

x_4 – среднегодовой фонд заработной платы персонала;

x_5 – трудоемкость единицы продукции;

y – производительность труда.

5.4 Сбор исходных данных и их первичная обработка.

Для получения статистически значимой модели требуется на один факторный признак объем выборки, равный 5 – 8 наблюдений.

$$n_{\min} = 5 \cdot (m + k), \quad (5.1)$$

где m – число факторов, включаемых в модель;

k – число свободных членов в уравнении.

Так как в данную модель включены 5 факторов, то минимальный объем выборки равен 30 наблюдениям:

$$n_{\min} = 5 \cdot (5 + 1) = 30$$

Исходные данные для выполнения многофакторного корреляционно-регрессионного анализа влияния факторов на зависимую переменную собраны в виде динамических рядов и представлены в табл. 5.2.

Таблица 5.2 – Исходные данные

№ наблюдени я	Переменные					
	Объясняющие переменные					Зависимая переменная
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	y
1	2	3	4	5	6	7
1	1,35	7394	0,91	14257	0,23	9,35
2	1,39	11586	0,68	22661	0,43	9,87

3	1,16	26609	0,94	52509	0,31	8,17
4	1,27	7801	0,89	14903	0,26	9,12
5	1,16	11587	0,94	25587	0,49	5,88
6	1,25	9475	2,06	16821	0,36	6,30
7	1,13	10811	1,96	19459	0,37	6,22
8	1,10	6371	1,02	12973	0,43	5,49
9	1,15	26761	1,85	50907	0,35	6,50
10	1,23	4210	0,88	6920	0,38	6,61
11	1,39	3557	0,62	5736	0,42	4,32
12	1,38	14148	1,09	26705	0,30	7,37
13	1,35	9872	1,60	20068	0,32	7,02
14	1,42	59,75	1,53	11487	0,25	8,25
15	1,37	16662	1,40	32029	0,31	8,15
16	1,41	9166	2,22	18946	0,26	8,72
17	1,35	15118	1,32	28025	0,37	6,64
18	1,48	11429	1,48	20968	0,29	8,10
19	1,24	6462	0,68	11049	0,34	5,52
20	1,40	24628	2,30	45893	0,23	9,37
21	1,45	49727	1,37	99400	0,17	13,17
22	1,40	11470	1,51	20719	0,29	6,67
23	1,28	19448	1,43	36813	0,41	5,68
24	1,33	18963	1,82	33956	0,41	5,22
25	1,22	9185	2,62	17016	0,22	10,02
26	1,28	17478	1,75	34873	0,29	8,16
27	1,47	6265	1,54	11237	0,51	3,78
28	1,27	8810	2,25	17306	0,36	6,48
29	1,51	17659	1,07	39250	0,23	10,44
30	1,46	10342	1,44	19074	0,26	7,65

5.5 Спецификация функции регрессии.

В нашем примере предполагаем, что имеет место множественная линейная регрессия, т.е. производительность труда линейно зависит от выбранных пяти факторов $x_1, x_2, \dots, x_5$. Уравнение регрессии имеет следующий вид:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + a_4 \cdot x_4 + a_5 \cdot x_5 \quad (5.2)$$

где $a_0, a_1, \dots, a_5$ - параметры уравнения регрессии, подлежат оценке.

5.6 Оценка параметров функции регрессии.

Данный этап выполняется с использованием программного продукта EXCEL. Для этого данные табл. 5.2 необходимо ввести в электронную таблицу EXCEL.

Для выполнения регрессионного и корреляционного анализа в MS EXCEL имеется набор инструментов, называемый Пакет анализа, который может быть использован для решения сложных статистических задач. Порядок действий следующий:

1) проверьте доступ к пакету анализа. В главном меню последовательно выберите Сервис/Надстройки. Установите флажок Пакет анализа.

2) в главном меню выберите Сервис/Анализ данных/Регрессия.

Щелкните по кнопке ОК

3) заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 5.1):

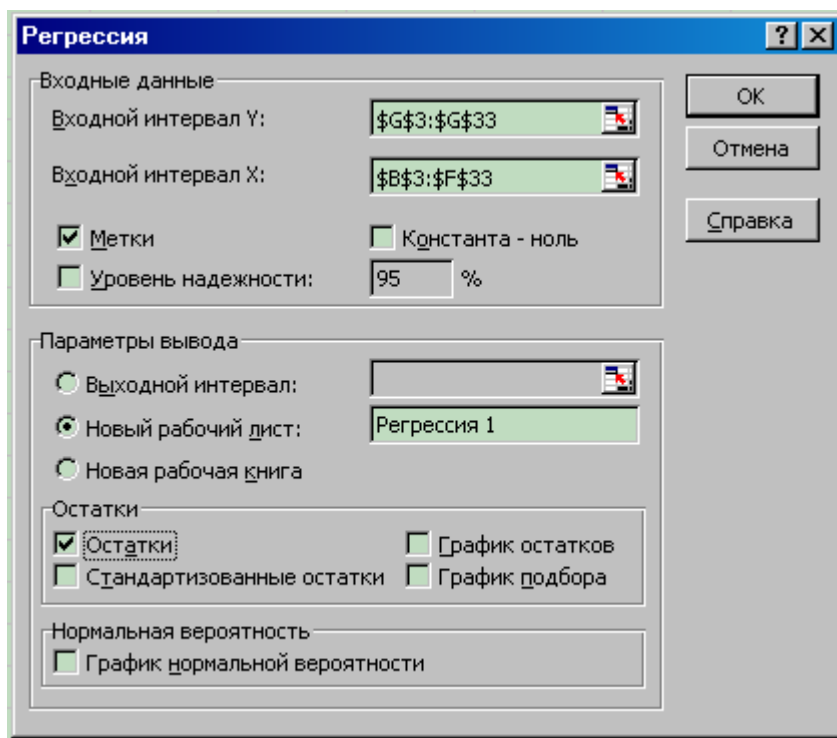


Рис. 5.1. Диалоговое окно ввода параметров инструмента Регрессия

Результаты регрессионного анализа, выполненного с использованием Пакета анализа, выводятся на экран (рис. 5.2). Уравнение регрессии строится по данным, указанным в графе «Коэффициенты» (ячейки B16:B22). Строка «Y – пересечение» показывает значение свободного члена и соответствующих статистик, строки «x₁ – x₅» – значения коэффициентов регрессии и соответствующих статистик. Уравнение регрессии имеет вид:

$$y = 11,58 + 0,681 \cdot x_1 - 0,0002 \cdot x_2 - 0,383 \cdot x_3 + 0,0001 \cdot x_4 - 16,17 \cdot x_5$$

Для данной регрессии коэффициент множественной корреляции равен $R = 0,866$ (ячейка B4), что свидетельствует о высокой связи между выбранными факторными признаками и производительностью труда рабочих.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,865799993					
5	R-квадрат	0,749609627					
6	Нормированный R-квадрат	0,697444966					
7	Стандартная ошибка	1,103215504					
8	Наблюдения	30					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	5	87,4479	17,4896	14,3701	1,48516E-06	
13	Остаток	24	29,21	1,21708			
14	Итого	29	116,658				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	11,58184066	3,27284	3,53877	0,00167	4,827023335	18,3367
18	X1	0,681409844	1,95682	0,34822	0,73071	-3,357259533	4,72008
19	X2	-0,000179481	0,00016	-1,13666	0,2669	-0,000505373	0,00015
20	X3	-0,382923848	0,40851	-0,93736	0,35791	-1,226050718	0,4602
21	X4	0,000124375	8,2E-05	1,51658	0,14243	-4,48854E-05	0,00029
22	X5	-16,17392688	2,99506	-5,40021	1,5E-05	-22,3554213	-9,99243
23							
24							
25							
26	ВЫВОД ОСТАТКА						
27							
28	Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки				
29	1	8,879415847	0,47058				
30	2	6,052824733	3,81718				

Рис. 5.2. Результаты выполнения функции регрессии

5.7 Отбор главных факторов. Необходимо произвести отбор главных факторов, оказывающих наиболее сильное влияние на функцию Y , т.к. модель, включающая большое количество факторов неустойчива. Неустойчивость модели заключается в необъективном отражении изменения Y при соответствующих изменениях факторов. Отбор факторов производится на основе анализа значений специальных статистических характеристик.

Процедура отбора главных факторов включает следующие этапы:

5.8 Анализ факторов на мультиколлинеарность и ее исключение.

Определение мультиколлинеарности проводится путем анализа значений коэффициентов парной корреляции r_{ij} между факторами x_i и

x_j . Если $|r_{ij}| \geq 0,7$, то факторы x_i и x_j мультиколлинеарны.

Для получения коэффициентов парной корреляции необходимо

вычислить корреляционную матрицу. Для этого:

- 1) вернуться на лист «Данные 1»;
- 2) в главном меню выберите Сервис/Анализ данных/Корреляция. Щелкните по кнопке ОК.
- 3) заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 5.3):

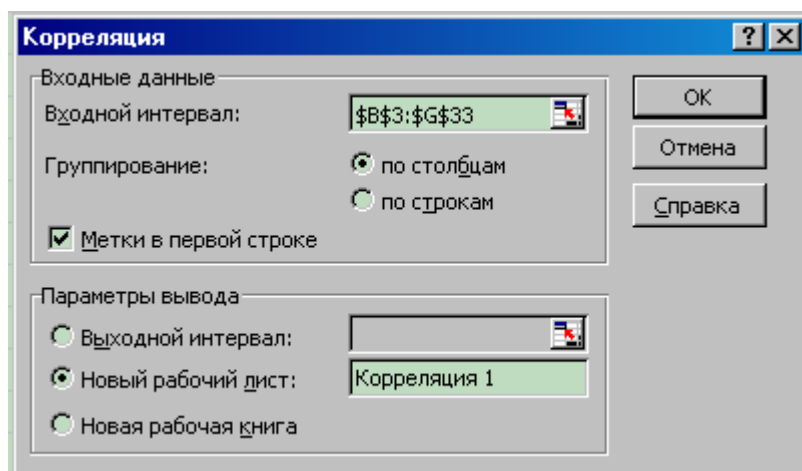


Рис. 5.3. Диалоговое окно ввода параметров инструмента
Корреляция

Результаты корреляционного анализа представлены на рис. 5.4.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		X1	X2	X3	X4	X5	Y	
2	X1	1						
3	X2	0,06692	1					
4	X3	-0,02299	0,1277	1				
5	X4	0,09539	0,98948	0,11098	1			
6	X5	-0,35207	-0,33185	-0,25466	-0,36902	1		
7	Y	0,33055	0,49968	0,08809	0,54848	-0,80284	1	
8								

Рис. 5.4 Корреляционная матрица

В рассматриваемом примере мультиколлинеарность присутствует между факторами x_2 и x_4 (коэффициент парной корреляции между ними равен 0,989).

Для устранения мультиколлинеарности один из факторов необходимо исключить из модели. Факторы, подлежащие исключению, определяются в ходе оценки следующих статистических характеристик: коэффициента парной корреляции между факторным и результативным признаками $r_{x_i y}$; коэффициента β ; критерия Стьюдента.

5.9 Анализ тесноты взаимосвязи факторов (х) с зависимой переменной (у). Для анализа тесноты взаимосвязи х и у используются значения коэффициента парной корреляции между фактором и функцией ($r_{x_i y}$), представленные в последней строке корреляционной матрицы.

Факторы, для которых $r_{x_i y} = 0$, т.е. не связанные с у, подлежат исключению в первую очередь. Факторы, имеющие наименьшее значение $r_{x_i y}$, могут быть потенциально исключены из модели. В данном примере фактор X_2 мультиколлинеарный с фактором X_4 в меньшей степени связан с результативным признаком ($r_{x_2 y} = 0,4997$), поэтому этот фактор потенциально исключается из модели.

Фактор X_3 необходимо исключить из модели, так как коэффициент парной корреляции между этим фактором и результативным признаком близок к нулю ($r_{x_3 y} = 0,0881$).

Вопрос об их окончательном исключении решается в ходе анализа других статистических характеристик.

5.10 Анализ факторов на управляемость. В ходе логического анализа на основе экономических знаний исследователь должен сделать вывод: можно ли разработать организационно – технические мероприятия, направленные на улучшение (изменение) выбранных факторов на уровне предприятия. Если это возможно, то данные факторы управляемы. Неуправляемые факторы на уровне предприятия могут быть исключены из модели. В данном случае все факторы являются управляемыми на уровне предприятия.

5.11 Проверка коэффициентов регрессии на статистическую значимость. Проверка может быть произведена двумя способами: по критерию Стьюдента и по критерию Фишера.

В данном примере остановимся на проверке статистической значимости коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента:

$$t_k = \frac{a_k}{S_{a_k}}, \quad (5.3)$$

где a_k – коэффициент регрессии при k -ом факторе;

S_{a_k} – стандартное отклонение оценки параметра a_k .

Критерий Стьюдента уже был вычислен при выполнении регрессионного анализа (см. Лист «Регрессия 1», столбец «t – статистика», рис. 5.2).

Число степеней свободы статистики t_k равно $f = n - m - 1$, где n – количество наблюдений, m – количество факторов, включенных в модель. Расчетное значение показателя t , сравнивают с критическим значением, найденным по табл. 5.3.

Таблица 5.3 – Критические значения t – критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; и 0,01

Число степеней свободы d.f.	α			Число степеней свободы d.f.	α		
	0.10	0.05	0.01		0.10	0.05	0.01
1	6.313752	12.70620	31.82052	18	1.734064	2.10092	2.55238
2	2.919986	4.30265	6.96456	19	1.729133	2.09302	2.53948
3	2.353363	3.18245	4.54070	20	1.724718	2.08596	2.52798
4	2.131847	2.77645	3.74695	21	1.720743	2.07961	2.51765
5	2.015048	2.57058	3.36493	22	1.717144	2.07387	2.50832
6	1.943180	2.44691	3.14267	23	1.713872	2.06866	2.49987
7	1.894579	2.36462	2.99795	24	1.710882	2.06390	2.49216
8	1.859548	2.30600	2.89646	25	1.708141	2.05954	2.48511
9	1.833113	2.26216	2.82144	26	1.705618	2.05553	2.47863
10	1.812461	2.22814	2.76377	27	1.703288	2.05183	2.47266
11	1.795885	2.20099	2.71808	28	1.701131	2.04841	2.46714
12	1.782288	2.17881	2.68100	29	1.699127	2.04523	2.46202
13	1.770933	2.16037	2.65031	30	1.697261	2.04227	2.45726
14	1.761310	2.14479	2.62449	40.	1,6839	2,0211	2,7045
15	1.753050	2.13145	2.60248	60.	1,6707	2,0003	2,6603
16	1.745884	2.11991	2.58349	120.	1,6577	1,9799	2,6174
17	1.739607	2.10982	2.56693	inf	1.644854	1.95996	2.32635

При заданном уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $f = 30 - 5 - 1 = 24$, в данном примере $t_{24, 0,05}^{табл} = 2,064$.

Так как все значения t_k удовлетворяют неравенству $t_k < t^{табл}$ (за исключением x_5), следовательно, влияние выбранных факторов на зависимую переменную статистически незначимо и полученную регрессионную модель можно использовать только для текущего анализа.

5.12 Анализ коэффициентов β факторов. Для того, чтобы определить, какие факторы подлежат исключению проведем анализ коэффициентов β факторов.

Коэффициент β показывает влияние анализируемых факторов на результативный признак с учетом различий в уровне их колеблемости:

$$\beta_k = a_k \frac{\sigma_{x_k}}{\sigma_y}, \quad (5.4)$$

где β_k – коэффициент β k -го фактора;

σ_{x_k} – среднеквадратическое отклонение k – го фактора;

σ_y – среднеквадратическое отклонение функции;

a_k – коэффициент регрессии при k -ом факторе.

Из двух факторов x_i и x_j может быть исключен тот фактор, который имеет меньшее значение β .

5.13 Для расчета коэффициентов β предварительно необходимо рассчитать среднеквадратическое отклонение (рис. 5.5).

	A	B	C	D	E	F	G	H
30	27	1,47	6265	1,54	11237	0,51	3,78	
31	28	1,27	8810	2,25	17306	0,36	6,48	
32	29	1,51	17659	1,07	39250	0,23	10,44	
33	30	1,46	10342	1,44	19074	0,26	7,65	
34	Среднеквадратическое отклонение	0,11	9478,02	0,53	18493,47	0,08	2,01	
35								

Рис. 5.5 Расчет среднеквадратического отклонения

5.14 На листе «Корреляция 1» создайте таблицу для расчета коэффициентов β . В столбце А разместите результирующий признак Y и мультиколлинеарные факторы x_2 и x_4 . В столбец В – коэффициенты a_k , которые скопируйте с листа «Регрессия1». В столбец С необходимо скопировать среднеквадратическое отклонение с листа «Данные 1».

5.15 В ячейку D14 необходимо ввести формулу для расчета коэффициента β .

Результаты расчета коэффициентов β представлены на рис. 5.5.

D14	=B14*C14/\$C\$13			
	A	B	C	D
9				
10		Расчет коэффициентов β		
11				
12		коэффициенты регрессии	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент β
13	Y	11,5818	2,01	
14	X2	-0,0002	9478,02	-0,8482
15	X4	0,0001	18493,47	1,1468
16				

Рис. 5.5 Результаты расчета коэффициента β

Из двух факторов x_i и x_j может быть исключен тот фактор, который имеет меньшее значение коэффициента β . Следовательно, исключить необходимо фактор x_2 .

5.16 Построение новой регрессионной модели без исключенных факторов. После исключения факторных признаков x_2 и x_3 таблица

исходных данных должна быть преобразована следующим образом (рис. 5.6):

	A	B	C	D	E	F
1	№ наблюдения	Переменные				
2		Объясняющие переменные			Зависимая переменная	
3		X_1	X_4	X_5	Y	
4	1	1,35	14257	0,23	9,35	
5	2	1,39	22661	0,43	9,87	
6	3	1,16	52509	0,31	8,17	
7	4	1,27	14903	0,26	9,12	
8	5	1,16	25587	0,49	5,88	
9	6	1,25	16821	0,36	6,3	
10	7	1,13	19459	0,37	6,22	

Рис. 5.6 Фрагмент листа «Данные 2»

5.17 для новых исходных данных выполните функции «Регрессия» и «Корреляция»;

5.18 переименуйте листы с полученными результатами соответственно «Регрессия 2» и «Корреляция 2».

5.19 Исследование целесообразности исключения факторов из модели с помощью коэффициента детерминации. Прежде чем вынести окончательное решение об исключении переменных из анализа в силу их незначимого влияния на зависимую переменную, производят исследования совместного влияния факторов.

Для этого используется статистика, которая имеет F - распределение со степенями свободы $f_1 = m - m_1 = m_2$ и $f_2 = n - m - 1$:

$$F = \frac{(D_m - D_{m_1}) \cdot (n - m - 1)}{(m - m_1) \cdot (1 - D_m)}, \quad (5.5)$$

где D_m - означает коэффициент детерминации регрессии с m объясняющими переменными,

D_{m_1} - коэффициент детерминации регрессии с m_1 факторами,

m - число переменных в первой регрессии;

m_1 - число переменных во второй регрессии.

5.20 Расчетное значение необходимо сравнить с критическое

значение $F_{f_1 f_2}$, найденным по специальным таблицам при заданном уровне значимости α и степенях свободы f_1 и f_2 .

Если $F_{расч} \leq F_{f_1 f_2 \alpha}$, то включение дополнительно объясняющих переменных совместно не оказывает значимого влияния на переменную y и факторы окончательно исключаются из модели.

Если $F > F_{f_1 f_2 \alpha}$, то исключенные объясняющих переменных совместно оказывают существенное влияние на вариацию переменной y и, следовательно, в этом случае все переменные нельзя исключать из модели.

5.21 Вычислим $F_{расч}$:

$$F_{расч} = \frac{(0,7496 - 0,7220) \cdot (30 - 5 - 1)}{(5 - 3) \cdot (1 - 0,7496)} = 1,32.$$

5.22 Определим критическое значение статистики F при $f_1 = 5 - 3 = 2$ и $f_2 = 30 - 5 - 1 = 24$ и уровне значимости $\alpha = 0,05$:

$F_{2;24;0,05} = 3,4028$, с помощью таблицы П.3.1.

Так как $1,32 < 3,40$, следовательно, ранее исключенные факторы x_2 и x_3 совместно не оказывают статистически значимого влияния на переменную y .

5.23 Проверка адекватности модели.

Данный этап анализа включает:

а) оценку значимости коэффициента детерминации, т.е. оценивается влияние выбранных факторов на зависимую переменную, она производится с помощью статистики:

$$F = \frac{D(n - m - 1)}{m(1 - D)}, \quad (5.6)$$

где D – коэффициент множественной детерминации (второй регрессии).

Расчетное значение статистики F , вычисленное по эмпирическим данным, сравнивается с табличным значением, которое определяется по табл. П.3.1, при заданном уровне значимости α и степенях свободы: $f_1 = m$ и $f_2 = n - m - 1$.

В нашем случае имеем $F_{расч} = \frac{0,722 \cdot (30-3-1)}{3 \cdot (1-0,722)} = 22,5$.

Табличное значение F – статистики равно: $F_{3;26;0,05} = 3,369$ при $f_1=3$ и $f_2=26$ и $\alpha = 0,05$.

Так как $F_{расч} \geq F_{3;26;0,05}$, то вычисленный коэффициент детерминации значимо отличается от 0 и, следовательно, включенные в регрессию переменные достаточно объясняют зависимую переменную, что позволяет говорить о значимости самой регрессии (модели);

б) проверку качества подбора теоретического уравнения с использованием средней ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100, \% , \quad (5.7)$$

где y_i – фактическое значение результативного признака для i -го наблюдения

$\hat{y}_i$ – теоретическое значение результативного признака для i -го наблюдения, вычисленное по уравнению множественной регрессии;

5.24 Вычисления средней ошибки аппроксимации происходит следующим образом:

1) на листе «Регрессия 2» в ячейку D26 введите заголовок «Фактическое Y», в ячейку E26 – «Составляющие для ошибки»;

2) с листа «Данные 2» скопируйте на лист «Регрессия 2» фактические значения результативного признака:

а) на листе «Данные 2» выделите диапазон ячеек E4:E33 и нажмите кнопку «Копировать» на панели Стандартная;

б) на листе «Регрессия 2» выделите ячейки D27:D56 и нажмите кнопку «Вставить»;

3) в ячейку E27 введите формулу для расчета.

4) в ячейку D57 введите «Средняя ошибка»;

5) для вычисления средней ошибки аппроксимации регрессии необходимо воспользоваться формулой вычисления среднего значения.

Результаты расчета средней ошибки аппроксимации
представлены на рис. 5.7.

	A	B	C	D	E	F
26	Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки	Фактическое Y	Составляющие для ошибки	
27	1	8,71	0,64	9,35	6,856574	
28	2	5,80	4,07	9,87	41,214496	
29	3	8,42	-0,25	8,17	3,052479	
30	4	8,15	0,97	9,12	10,610052	
31	5	4,66	1,22	5,88	20,763168	
32	6	6,58	-0,28	6,3	4,429609	
33	7	6,36	-0,14	6,22	2,274390	
34	8	5,15	0,34	5,49	6,150250	
35	9	7,71	-1,21	6,5	18,646439	
36	10	5,92	0,69	6,61	10,483972	
37	11	5,42	-1,10	4,32	25,519293	
38	12	8,01	-0,64	7,37	8,739128	
39	13	7,44	-0,42	7,02	6,048169	
40	14	8,38	-0,13	8,25	1,579354	
41	15	8,01	0,14	8,15	1,701241	
42	16	8,45	0,27	8,72	3,144588	
43	17	6,89	-0,25	6,64	3,814346	
44	18	8,11	-0,01	8,1	0,113407	
45	19	6,71	-1,19	5,52	21,469640	
46	20	9,78	-0,41	9,37	4,359013	
47	21	12,51	0,66	13,17	4,984892	
48	22	8,01	-1,34	6,67	20,050631	
49	23	6,45	-0,77	5,68	13,512463	
50	24	6,41	-1,19	5,22	22,890334	
51	25	8,81	1,21	10,02	12,119052	
52	26	8,32	-0,16	8,16	1,946862	
53	27	4,24	-0,46	3,78	12,223588	
54	28	6,62	-0,14	6,48	2,130028	
55	29	9,70	0,74	10,44	7,133892	
56	30	8,51	-0,86	7,65	11,222742	
57	Средняя ошибка					10,31

Рис. 5.7 Результаты расчета средней ошибки аппроксимации

В нашем примере ошибка аппроксимации превышает допустимое значение (8 – 10 %), что свидетельствует о недостаточно высоком уровне качества подбора уравнения регрессии. Следовательно, полученное уравнение регрессии можно использовать только для текущего анализа.

5.25 Исходя из всех вышеперечисленных расчетов, используя коэффициенты регрессии (лист «Регрессия 2»), запишем корреляционно-регрессионное уравнение производительности труда:

$$Y = 10,375 + 1,17316 \cdot x_1 + 0,00003 \cdot x_4 - 16,1112 \cdot x_5 .$$

5.26 Вывод.

В ходе корреляционно-регрессионного анализа было выявлено, что главными факторами определяющими вариацию уровня производительности труда работников промышленного предприятия в

ретроспективном периоде являются: коэффициент сменности оборудования, фонд оплаты труда рабочих и трудоемкость единицы продукции. Очевидно, в будущем периоде для повышения производительности труда, необходимо, прежде всего, уделить особое внимание на снижении трудоемкости изготовления продукции предприятия.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Постановку экономической проблемы и ее качественный анализ

6.2 Формирование перечня факторов и их логический анализ.

6.3 Сбор исходных данных и их первичная обработка.

6.4 Спецификацию функции регрессии.

6.5 Оценку параметров функции регрессии.

6.6 Отбор главных факторов.

6.7 Проверку адекватности модели.

6.8 Экономическую интерпретация.

6.9 Прогнозирование неизвестных значений зависимой переменной.

6.10 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Общий вид уравнения множественной регрессии.

7.2 Этапы построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели.

7.3 Что в себя включает априорное исследование и постановка экономической проблемы.

7.4 Каким образом производится оценка параметров функции регрессии.

7.5 Методика отбора главных факторов.

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленных выше.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС ГГНТУ предусмотрено 15 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 10 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение практических заданий.

средний балл по всем темам.

Критерии оценки выполнения практических заданий:

- 0 баллов – задание не выполнено (не найдено правильное решение).
- 5 баллов – задание выполнено (найден правильное решение).

Баллы за текущую аттестацию по практическим заданиям выводятся как средний балл по всем разделам курсовой работы.