

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

(для поступающих на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата и программам специалитета)

Общие указания

Содержание программы сгруппировано вокруг стержневых линий школьного курса математики: «Числа и вычисления», «Выражения и их преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Геометрические фигуры.

Измерение геометрических величин».

На экзамене по математике поступающие в высшие учебные заведения должны:

- 1) знать определения математических понятий, формулировки основных теорем, основные формулы;
- 2) уметь доказывать теоремы и выводить формулы, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач в устном и письменном изложении;
- 3) владеть основными умениями и навыками, предусмотренными программой, уметь решать типовые задачи.

Программа по математике для поступающих в высшие учебные заведения содержит три раздела.

Первый раздел состоит из перечня основных математических понятий, которые поступающие должны знать и уметь применять, т.е. ссылаться на них при доказательстве теорем и выводе формул, использовать их при решении задач.

Во втором разделе указаны теоремы и формулы, которые надо уметь формулировать и доказывать; понятия и их свойства, которые надо уметь раскрывать и обосновывать. Из тематики этого раздела формируется содержание теоретической части экзаменационных материалов.

В третьем разделе перечислены основные умения и навыки, которыми должны владеть поступающие.

I. Основные математические понятия Числа и вычисления

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

3. Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

4. Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Свойства арифметических действий с действительными числами.

5. Числовая прямая. Модуль числа, его геометрический смысл.

6. Комплексные числа. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма записи комплексных чисел.

7. Векторы. Общие понятия. Линейные операции.

Выражения и их преобразования

1. Числовые выражения. Тождественные преобразования. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

2. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

3. Одночлен и многочлен. Степень многочлена. Разложение многочлена на множители.

4. Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители. Выделение квадрата двучлена из квадратного трехчлена.

5. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус и косинус суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

6. Арифметическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

7. Геометрическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.

8. Логарифмы, их свойства. Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода от одного основания логарифма к другому.

9. Основные тригонометрические тождества: синус, косинус, Формулы приведения (без доказательств).

Синус и косинус суммы и разности двух углов, синус и косинус двойного угла. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Алгебраические уравнения и неравенства

1. Уравнение. Корни уравнения. Равносильность уравнений. Основные методы решения уравнений: разложение на

множители, замена переменной, использование свойств функций. Неравенства. Решение неравенств.

2. Линейные уравнения с одним неизвестным.

3. Квадратные уравнения. Формулы корней.

4. Система уравнений. Решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными и его геометрическая интерпретация. Эквивалентные преобразования системы.

5. Линейное неравенство с одним неизвестным. Система линейных неравенств с одним неизвестным.

6. Неравенства второй степени с одним неизвестным.

7. Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения. Тригонометрические уравнения.

8. Уравнения и неравенства с модулем. Уравнения и неравенства с параметрами.

Тригонометрические, показательные, логарифмические уравнения и неравенства

1. Формул решения простейших тригонометрических уравнений.

2. Простейшие показательные уравнения и неравенства.

3. Простейшие логарифмические уравнения и неравенства.

Функции

1. Функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции.

Возрастание и убывание функций. Сохранение знака. Четные и нечетные функции.

Периодические функции.

2. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая тригонометрические функции. Их свойства и графики. Понятие об обратной функции.

3. Тригонометрические функции: синус, косинус, тангенс, котангенс. Их свойства и графики.

4. Производная. Ее геометрический и физический смысл.

Таблица производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций.

Производная функции вида $y = f(ax + b)$.

5. Исследование свойств функций с помощью производной: нахождение экстремумов функции, наибольших и

наименьших значений, промежутков монотонности.
Построение графиков функции. Первообразная функция.
Задача о площади криволинейной трапеции.

Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин

1. Вертикальные и смежные углы и их свойства.
2. Параллельные прямые, перпендикулярные прямые на плоскости.
3. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Сумма углов треугольника.
6. Признаки подобия треугольников.
7. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
8. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, дуга, сектор, сегмент. Касательная к окружности. .
9. Формулы площади треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
10. Градусная и радианная меры угла. Связь между ними.
11. Длина окружности, длина дуги окружности.
12. Площадь круга, площадь сектора.
13. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
14. Параллельные прямые в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Угол между ними. Параллельные и пересекающиеся прямые.
15. Прямая, параллельная плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.
16. Параллельные плоскости. Признак параллельности плоскостей.
17. Теорема о пересечении двух параллельных плоскостей третьей.
18. Перпендикуляр к плоскости. Наклонная. Проекция наклонной.
19. Признак перпендикулярности прямой к плоскости.
20. Теорема о трех перпендикулярах.
21. Перпендикулярность плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей.
22. Угол между прямой и плоскостью.
23. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.
24. Призма, ее элементы. Формулы площади боковой поверхности и объема призмы. Параллелепипед. Куб.
25. Пирамида, ее элементы. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
26. Тела вращения. Цилиндр. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
27. Конус. Формулы площади поверхности и объема конуса.
28. Шар. Формулы площади поверхности и объема шара.
29. Изображение пространственных фигур. Отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур.

II. Раскрытие основных математических понятий и их свойств, формулировка и доказательство теорем, вывод формул

Алгебра и начала анализа

1. Функция $y = kx$, ее свойства и график.
2. Функция $y = \frac{1}{x}$, ее свойства и график.

3. Функция $y = kx + b$, ее свойства и график.
4. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график.
5. Квадратное уравнение и его решение. Формулы корней квадратного уравнения. Формулы Виета.
6. Квадратный трехчлен и его разложение на множители.
7. Числовые неравенства и их свойства.
8. Линейное неравенство и его решение. Системы линейных неравенств и их решения (на конкретных примерах).
9. Логарифмы и их свойства. Переход к другому основанию.
10. Функции синус и косинус, их свойства и графики.
11. Функции тангенс и котангенс, их свойства и графики.
12. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, $\cot x = a$.
13. Формулы приведения.
14. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
15. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов.
16. Синус и косинус двойного аргумента.
17. Производная и ее геометрический смысл.
18. Производная функции.
19. Производная суммы двух функций.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку.
3. Признаки параллельности прямых на плоскости.
4. Теорема о сумме углов треугольника.
5. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности, ее свойства.
9. Теорема о вписанном угле в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площади параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Признак параллельности прямой и плоскости.
14. Признак параллельности плоскостей.
15. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
16. Теорема о трех перпендикулярах.
17. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
18. Теорема о боковой поверхности правильной пирамиды.
19. Формулы для вычисления объема и площади поверхности прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

III. Основные умения и навыки

Поступающие должны уметь:

1. Уверенно выполнять арифметические действия над числами (целыми, дробными, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей); с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; производить приближенную прикидку результата; пользоваться

калькулятором.

2. Решать основные задачи на дроби и проценты, составлять и решать пропорции.
3. Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений, используя разложение многочленов на множители, формулы сокращенного умножения, формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, показательной и тригонометрических функций.
4. Владеть общими приемами решения уравнений (разложение на множители, подстановка и замена переменной, применение функций к обеим частям, тождественные преобразования обеих частей), общими приемами решения систем уравнений.
5. Решать алгебраические уравнения и неравенства первой и второй степени и уравнения, сводящиеся к ним; решать несложные системы алгебраических уравнений первой и второй степени.
6. Решать несложные показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, простейшие неравенства.
7. Уметь пользоваться методом интервалов для решения несложных рациональных неравенств.
8. Свободно «читать» графики, отражать свойства функций на график (монотонность, сохранение знака, экстремумы, наибольшее и наименьшее значение, ограниченность, периодичность).
9. Определять значение функции по значению аргумента при любом способе задания функции, применяя при необходимости вычислительную технику.
10. Владеть свойствами тригонометрических, показательных, логарифмических и степенных функций; изображать их графики; описывать свойства этих функций, опираясь на графики; уметь использовать свойств! функции для сравнения и оценки ее значений.
11. Находить производные элементарных функций, пользуясь таблицей производных и правилами дифференцирования суммы и произведения.
12. Применять производную для исследования функций в несложных ситуациях на монотонность, экстремумы, для нахождения наибольшего наименьшего значений функций, в том числе для построения графика функций.
13. Находить в простейших случаях первообразные функции, применять первообразную для нахождения площадей криволинейных трапеций.
14. Изображать геометрические фигуры на чертеже, иллюстрировать чертежом условие несложной стереометрической задачи.
15. Решать несложные задачи на вычисление геометрических величин (длин отрезков, углов, площадей, объемов) с использованием свойств геометрических фигур и формул.
16. Уметь решать основные задачи на построение с помощью линейки и циркуля.

Образец варианта вступительного испытания по математике

1. Флакон шампуня стоит 170 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 40%?
 2. Решите уравнение: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 30$.
 3. Найдите $\cos a$, если $\sin a = \frac{7}{7}$ и $a \in (0; \pi)$.
 4. Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13\lg x + 5$ на отрезке $[0; 1]$.
 5. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни - столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?
 6. Боковые рёбра треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 30° . Найдите сторону основания, если высота пирамиды равна 2. а) Решите уравнение $6 \cos^2 x - 5 \cos x - 1 = 0$.
 7. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.
 8. Решите систему уравнений: $2^x + 2^y = 6$
 $x + y = 3$.
 9. Решите неравенство: $\frac{2x^2 - 10x + 6}{x^2 - 1} < x$.
 10. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая - 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были бы не более 275 тысяч рублей?
- Работа по математике выполняется абитуриентом в течении двух астрономических часов. Вариант состоит из 10 заданий. Для варианта из 10 заданий предполагается правильное выполнение каждого из заданий

Номер задания	Количество баллов
1	4
2	4
3	4
4	6
5	6
6	6
7	15
8	15
9	20
10	20

Минимальное количество баллов по математике, подтверждающее прохождение вступительного испытания - 39 баллов.

Список рекомендуемой литературы

1. Единый государственный экзамен 2022. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся. / ФИПИ авторы составители: Ященко И.В., Семенов А.Л., Высоцкий И.Р., и др.-М.: Интеллект-Центр,2022.
2. ЕГЭ-2022: Математика /ФИПИ авторы составители: Ященко И.В., Семенов А.Л., Высоцкий И.Р., и др.-М.: Астрель,2022.
3. .ЕГЭ -2022: Математика. Профильный уровень.30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2. Под ред. Ященко И.В. 2022.
4. ЕГЭ-2021: Математика. Типовые тестовые задания. Профильный уровень.
Под ред. Ященко И.В. 2021.
5. Г.Дорофеев, М. Потапов, Н. Розов. Математика для поступающих ввузы.-М.: Просвещение,2019.
6. А.Прокофьев. ЕГЭ-2018: Математика (профильный уровень).25 лучших вариантов. Учебное пособие.-М.: Просвещение,2018.
7. Королева Т.М. ,Маркарян Е.Г., Нейман Ю.М. Пособие по математике для поступающих ввузы. В двух частях.-М.:Изд. МИИГА и К.2008.
8. А.Н.Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др. Алгебра и начала анализа. Учебник 10-11 классов.-М.6 Просвещение,2016.
9. М.И.Шабунин. Математика для поступающих ввузы. -М.: Просвещение, 2011.А.Норин,С. Петрас , Т. Родина и др. Сборник задач по математике для поступающих ввузы. Изд.: Питер,2016.
10. Сканапи М.И. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы. - М.: Высшая школа, 2016.
11. И.Ф.Шарыгин. Математика для поступающих ввузы. Изд. Дрофа,2006.
12. Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа. (базовый и профильный уровень).- М.: Просвещение,2010.