

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ ГОРОДСКОЙ СТРУКТУРЫ

© Д.М. Бухаров,

Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Россия

Предложена модель развития структуры города во фрактальном приближении. Для описания динамики развития городского фрактала применяется диффузионное приближение, позволяющее генерировать стохастические фракталы на основе моделей направленной перколяции и диффузионно-ограниченной агрегации. Проведена оценка фрактальных размерностей.

Ключевые слова: модель, фрактал, DLA, перколяция.

COMPUTER MODELING OF THE FRACTAL DEVELOPMENT OF THE URBAN STRUCTURE

© D.N. Bukharov

Vladimir state University named after A. G. & N.G. Stoletovs, Vladimir, Russia

A model for the development of the city structure in the fractal approximation is proposed. To describe the dynamics of the development of an urban fractal, a diffusion approximation is used, which allows generating stochastic fractals based on models of directed percolation and diffusion-limited aggregation. The fractal dimensions are estimated.

Keywords: model, fractal, DLA, percolation.

На сегодняшний день в условиях необходимости рывка в экономике особенно актуальными становятся инновационные принципы регионального развития и управления, учитывающие принципы системного подхода, нелинейности развития и самоорганизации. В связи с этим теория фрактальности пространства, позволяющая исследовать процессы самоорганизации и развития социально-экономических систем, может обладать значительным потенциалом в сфере прогнозирования развития и трансформации региональных и городских территорий.

Особое внимание привлекает территориальное планирование городской структуры, которое позволяет максимизировать синергетический эффект, получаемый от взаимодействия частей крупного города. При неграмотном расположении населенных пунктов в рамках такого города - агломерации, при превышении порога её численности наступает эффект дезэкономии. Он опасен как для самого города-агломерации, так и для всего региона и может вызвать эффект «опустынивания» [2]. В связи с этим необходимо оптимально спланировать взаиморасположение городов, плотность населения, расположение инфраструктуры. Решению указанного вопроса посвящен ряд моделей города и систем городов. Например, для единичного города выделяют 5 моделей таких как изолированное государство фон Тюнена, в рамках которой город описывается как поясная структура; концентрическую модель Бёрджеса, которая принимает во внимание расширение зон по направлению от центра к периферии; секторную модель Хойта, которая рассматривает радиальную модель города с учетом секторальных вставок; многоядерную модель Ульмана-Харриса, рассматривающую город, состоящим из нескольких центров; модель факторной экологии. [1] Для систем городов также можно выделить 5 моделей: модель центральных мест Кристаллера – Лёша, позволяющая построить модель городского каркаса; модель на основе правила Ципфа; модель диффузии инноваций Хагерстранда; гравитационные модели и теория поля потенциалов, позволяющие учесть взаимовлияние городов; а также модели на основе географической теории поля или модели потенциалов Кларка-Медведкова [3].

Так или иначе, но каждая из перечисленных моделей обладает рядом недостатков, например, у них существуют ограничения в масштабируемости для крупных систем, а также не учитывается влияние географических объектов на динамику городской среды; нет связи развития с учетом всего региона.

Ниже мы предлагаем использовать принципы теории фракталов для территориального планирования городской территории. Фрактальные модели активно используются в городском планировании, например, при анализе пространства городских агломераций, в обосновании их сбалансированного развития в регионе (Франция, Италия, США, Китай, Алжир и т.п.). Использование основ фрактальной геометрии (П. Франкхаузер (1998), Бетти, Лонгли (1994)) позволило ввести новые принципы оценки геометрии, формы и структуры градостроительных объектов [4-8].

Рассматривая региональную или городскую структуру, удобно учитывать ее фрактальность в двух взаимосвязанных аспектах: во-первых, фрактальность структуры и элементов, во-вторых, фрактальность процессов, определяющих уровень социально-экономического развития территорий. [9]

Фрактальный подход применим для прогнозирования развития территорий на уровне города и агломерации в смысле интерпретации физических и морфологических аспектов в градостроительном анализе планировочных структур (оценка размера, однородности, наличия подцентров, разнообразия и степени плотности населения, мест приложения труда, транспортных сетей) крупных городов (до 1 млн. чел), в которых социально – экономические процессы происходят достаточно быстро и наглядно. [2]

Соответственно в городском планировании фракталы используются для [2]: оценки морфологических характеристик городских моделей, применения правил планирования в геометрическом приближении, моделирования динамики городского роста, недопущения фрагментации природных ландшафтов, повышения энергетической автономии в пригородной зоне. При описании морфологических характеристик городских моделей используется две взаимосвязанные меры: плотность, фрактальная размерность.

Для оценки фрактальных свойств прогнозируемой структуры определялась фрактальная размерность, которая свидетельствовала о степени, плотности и равномерности заполнения элементами данного множества евклидового пространства. Так же фрактальная размерность является показателем степени отличия пространства данного объекта от идеального топологического пространства и применяется для оценки стохастичности. [10]

Фрактальная размерность (D) позволяет оценить относительные и абсолютные геометрические характеристики (площадь, периметр) и структуру городской территории. Так, например, для плоского объекта при величине D около 2, структура городской территории однородная, хорошо заполнена и имеет достаточно сглаженный периметр, с другой при D около 1 объект имеет более фрагментарную, изрезанную структуру городской планировки, с наличием неосвоенных пространств и характеризуется сильно изрезанным периметром.

Оценку фрактальной размерности проводят методом подсчета ячеек (box counting) [11] или методом концентрических окружностей [9].

В первом методе на фрактал накладывается сетка и подсчитывается число ячеек (N), размером (ε), в которые покрывают фрактал:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(N(\varepsilon))}{\ln(\frac{1}{\varepsilon})}. \quad (1)$$

Во втором методе на фрактал наносят концентрические окружности радиуса r и подсчитывается отношение площади фрактала покрываемая окружностью (N(r)) к общей площади каждого круга (A(r)):

$$D = 2 + \frac{\ln(N(r)/A(r))}{\ln(r)}. \quad (2)$$

Фрактальная модель позволяет наглядно представить и классифицировать зоны возможного развития территории города [2]. Фрактальная размерность городов находится на отрезке [1,0];

1,8] и в среднем по всему миру составляет значение $D = 1,713$. Ее временная динамика показывает достаточно быстрый рост, так, например, для Лиссабона ее значение в 1960 г. составляло 1,42, в 1990 г – 1,61, а в 2004 г. увеличилось до 1,66. [12] С точки зрения фрактальной размерности можно выделить 5 фрактальных уровней [13]. Первый уровень характерен для $D \leq 1,00$ и соответствует для сельскохозяйственных и лесных территорий. На втором уровне при значениях D из отрезка $[1,00;1,26]$ имеется большая доля свободных пространств, а освоение территории производится вдоль дорог, когда образуются небольшие ядра застройки, например, маленькие поселения. На третьем уровне фрактальная размерность принимает значения из $[1,26;1,54]$, когда растет городская застройка - образуются и растут новые городские ядра. Четвертый уровень характеризуется размерностями из $[1,54;1,78]$, что свидетельствует о высокой плотности застройки, с начинающейся стагнацией её роста, которая проявляется в достижении пика прироста размерности. Пятый уровень описывает экономический центр города с фрактальной размерностью из $[1,78;2,00]$, когда прирост размерности стремится к 0, поэтому возможности новой застройки сильно снижены. Сравнение результат моделирования со статистическими данными показывает, что фрактальное планирование наиболее эффективно на уровнях 3 и 4. Данная методика была использована при территориальном планировании транспортной инфраструктуры Лиссабона в 2005–2008 гг. [12] Мы предлагаем подход, основанный на вычислениях фрактальной размерности, в соответствии с которой выбирается фрактальная модель территории. Применим данный подход к структуре небольшого провинциального города, на примере города Владимира. На рис. 1 изображена структура города Владимира с отмеченной жирной линией границы. Для оценки ее фрактальных свойств была вычислена фрактальная размерность методом подсчета ячеек. Ее величина составила $D_v = 1.72295$.



Рис. 1. Структура и границы города Владимира

На основе сходства с рассчитанной фрактальной размерности и наличия диффузных свойств, в качестве модельного приближения были выбраны модели направленной перколяции [14,15] и DLA фрактал [16, 17].

DLA фрактал реализовывался через движение частицы из области зарождения по расчетной области (рис 2 а) по правилам окрестности фон Неймана (рис 2б) с параметром вязкости (sc), и прилипание уже сформированной структуре с параметром вероятности прилипания p .



Рис. 2. Схема формирования DLA фрактала: формирование фрактала (а), окрестность фон Неймана (б)

На рис 2 (а) изображен смоделированный фрактал г. Владимира в приближении DLA с параметрами $sc=0.5$ $p=0.38$, количеством временных шагов $t= 2087758$ отн.ед, площадью $S=3800$ отн.ед², в случае роста из точки в центре расчетной области, на рис 2 (б) – в случае роста от диагональной линии из левого верхнего угла расчетной области в правой нижний с параметрами $sc=0.5$ $p=0.5$, $t= 1487232$ отн.ед, $S=5000$ отн.ед². Задавая масштабные коэффициенты можно перейти от относительных модельных единиц к абсолютным и провести прогнозирование изменения городской территории. Задавая различные расположения и формы начальных областей формирования, становится возможным провести оценку влияния новых аттракторных областей с точки зрения развития территории, когда, например, линия может соответствовать новой городской автомагистрали, около которой будут размещаться, например, заправочные станции, с другой стороны точка или совокупность точек могут соответствовать новому заводу или деловому центру, вокруг которого будут агрегироваться другие структуры, например, столовые или продуктовые магазины.

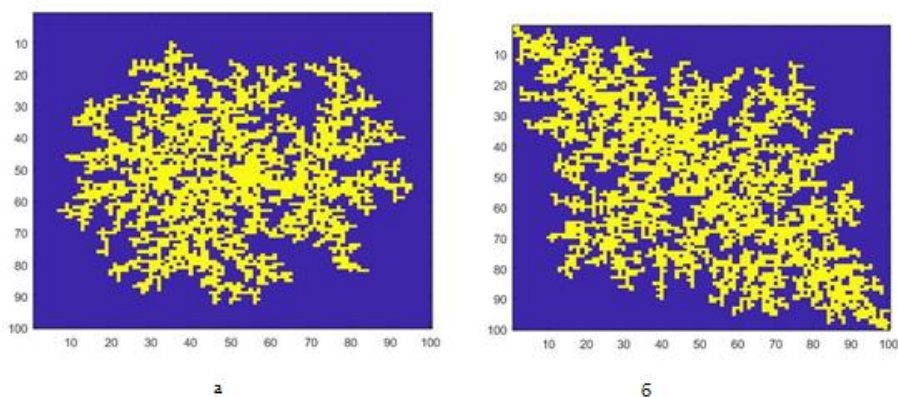


Рис. 3. Модельные изображения DLA фрактала, соответствующие размерности г. Владимира

Размерность фрактала была подсчитана методом концентрических окружностей из рис 2а составила 1.7297, из рис 2б - 1.7218. [11]

Как и в случае DLA в модели направленной перколяции (фрактал Эдена) кластеры начинают генерироваться от начальной структуры, в заранее заданной точке, расположенной в расчетной области с наложенной на нее двумерной решеткой. В дальнейшем они формируются путем добавления частиц по ее периметру. [18]

Таким образом, текущий кластер состоит из занятых ячеек расчетной области и новых присоединенных на текущем шаге. Ячейки присоединяются к сформированной структуре с заданной вероятностью (p), если их соседи уже включены в кластер.

Перколяционный кластер может быть построен путем применения клеточного автомата, с различными функциями соседства (окрестностями), когда динамика роста рассматривается в динамике эпох. Использование клеточного автомата также позволяет произвести разбиение ячеек расчетной области на группы: свободные для застройки, застроенные, недоступные для застройки.

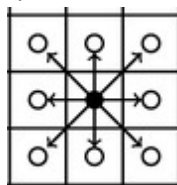


Рис. 4. Окрестность Мура с 9 направлениями роста

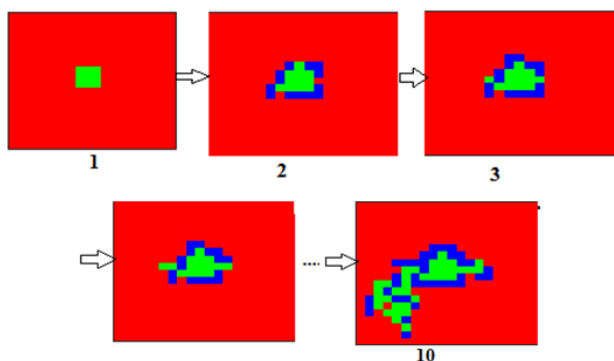


Рис. 5. Состояние расчетной области клеточного автомата после эпох 1 -10

На рис. 6 модельные изображения городского фрактала в рамках фрактала Эдена с окрестностью Мура. На рис. 6а приведена модель роста городской территории, начинающаяся от структуры, расположенной в центре. Такой случай соответствует наличию в городе, например, градообразующего предприятия, когда большая часть инфраструктуры формируется вокруг него. На рис. 6б - случай роста от диагонали, например, развитие города вокруг транспортного потока, железной дороги или федеральной трассы. На рис. 6 в приведен случай роста инфраструктуры вокруг заданной начальной фигуры с дифференциацией клеток расчетной области на 3 типа, который соответствует, например, парку в городе и рекреационной инфраструктуре вокруг него – площадкам с аттракционами, спортивным площадкам и т.д. На рис.6г – случай рост фрактала из нижнего угла с 2 типам ячеек, позволяет оценивать концентрации инфраструктурных единиц и их взаиморасположение, например, многоэтажные дома и придомовые парковки.

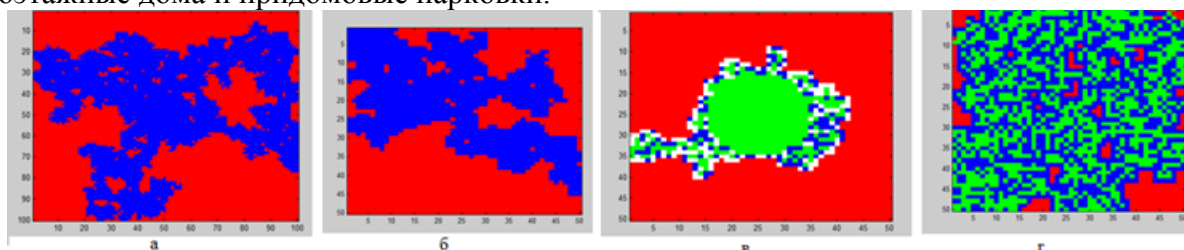


Рис. 6. Городские фракталы: рост из центра при $p=0.5$ (а), рост от диагонали (б), рост вокруг заданной фигуры с 3 типами ячеек расчетной области (в), рост из нижнего угла с 2 типам ячеек (г)

Из рис. 7 можно оценить влияние начальных условий. Здесь начальные условия представляют собой радиус r , т.е. начальное количество элементов инфраструктуры. Такой подход позволяет оценить объем начальной инфраструктуры. Таким образом, из-за начальных условий результирующее распределение инноваций имеет более изрезанные границы. Это можно оценить величиной фрактальной размерности [9].

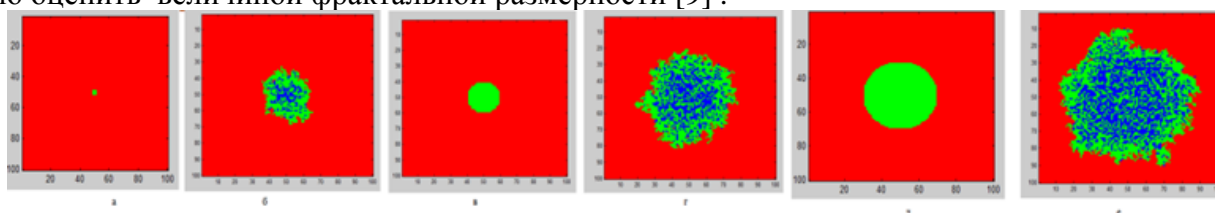


Рис.7. Начальные условия и результат: а) начальные условия $r=2$ в отн.ед.; б) итоговый фрактал после 100 эпох; в) начальные условия $r=10$ в отн.ед.; г) итоговый фрактал после 100 эпох; д) начальные условия $r=20$ в отн.ед.; е) итоговый фрактал после 100 эпох

Сравнивая площади фигур, задающих начальные условия, и площади фигур, соответствующих полученным результатам расчета, становится возможным провести прогнозную оценку роста индекса развития инфраструктуры (ИРИ) города. Эти данные представлены на рис.8.



Рис.8. Индекс развития инфраструктуры при разных начальных условиях [19].

Проведенный расчет фрактальной размерности показывает удовлетворительное совпадение модельных расчетов с реальными данными, в связи с чем предложенные модели

могут применимы в управлении и стратегическом планировании развития города в качестве инструмента прогнозирования развития городской территории в первом приближении, который позволит выявить общие закономерности организации пространственных систем разных уровней, установить общие черты и ориентиры развития. Фрактальная теория позволяет подойти к территориальному планированию развития города как к сложному многослойному объекту. Преимущество подхода в том, что он позволяет объяснить математически на количественном уровне принцип развития систем расселения, опираясь на свойства мультифрактальности. Открываются перспективы формирования математической модели, объясняющей на первый взгляд хаотичную застройку урбанизированных территорий. Внедрение данного подхода позволит городским территориям развиваться без образования единых урбанизированных массивов [2].

ЛИТЕРАТУРА

13. Романова А.И., Миронова М.Д. Математические модели комплексного развития городов: Учебно-методическое пособие. Казань: Изд-во Казанск. гос. архитектур.-строит. ун-та, 2018. – 55 с
14. Павлов Ю.В. Фракталы как инструмент территориального планирования агломерационных систем. //Фундаментальные исследования. 2013. № 10. С. 2242-2248.
15. Занадворов В.С., Занадворова А.В. Экономика города: (Ввод. курс): Учеб. пособие. М.: Магистр, 1997. - 273 с.
16. Наймушина Е.В. Моделирование в градостроительстве с использованием фракталов//Фотинские чтения. 2015. № 1 (3). С. 58-64.
17. Frankhauser P. Fractal Geometry of Urban Patterns and their Morphogenesis// Discrete Dynamics in Nature and Society, 1998, Vol. 2 . p. 127-145.
18. Tannier C., Pumain D. Fractals in urban geography: a theoretical outline and an empirical example //Cybergeo \: *European Journal of Geography*, 2005. URL: journals.openedition.org/cybergeo/3275.
19. Batty M., Longley P.A. The fractal simulation of urban structure// Environment and Planning A, 1986, Vol. 18. –p. 1143-1179.
20. Batty M., Longley M. Fractal Cities - A Geometry of Form and Function /Academic Press, San Diego, CA and London, 1994. URL: <http://www.fractalcities.org/>.
21. Гущина Е.С., Смогунов В.В. Фрактальная размерность в оценке планировочной структуры крупного города // Современные научные исследования и инновации. 2016. № 2. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2016/02/63202>.
22. Бухаров Д.Н. Применение фрактальных моделей при прогнозировании развития городских территорий//Молодые ученые – экономике региона. Материалы XIX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Вологда, 2020. С. 297-301.
23. Ампилова Н. Б., Соловьев И.П. Алгоритмы фрактального анализа изображений //Компьютерные инструменты в образовании. 2012. № 2. С. 19-24.
24. Mara Lúcia Marques, Marcos César Ferreira aplicação da dimensão fractal para o estudo da morfologia urbanada região metropolitana de são paulo. URL: http://www.rc.unesp.br/igce/geografia/pos/downloads/2006/aplicacao_da_dimensao.pdf.
25. Encarnacao Sara, Gaudiano Marcos, Santos Francisco C., Tenedorio Jose A., Pacheco Jorge M.. Fractal cartography of urban areas // Scientific Reports. Published 24 July 2012. URL: <http://www.nature.com/srep/2012/120724/srep00527/full/srep00527.html>.
26. Иудин Д.И. , Копосов Е.В. Фракталы: от простого к сложному. Н. Новгород: ННГАСУ, 2012.- 200 с.
27. Makse, Hernan & Jr, Jose & Batty, Michael & Havlin, Shlomo & Stanley, H.. (1998). Modeling Urban Growth Patterns with Correlated Percolation. Physical Review E. 58. 10.1103/PhysRevE.58.7054.

28. Fotheringham, A.S., Batty, M. & Longley, P.A. Diffusion-limited aggregation and the fractal nature of urban growth. *Papers of the Regional Science Association* 67, 55–69 (1989). <https://doi.org/10.1007/BF01934667>.
29. Makse, Hernán & Havlin, Shlomo & Stanley, H.. (1995). Modelling urban growth patterns. *Nature*. 377. 608-612. 10.1038/377608a0.
30. Ephraim Agyingi, Luke Wakabayashi, Tamas Wiandt and Sophia Maggelakis Eden Model Simulation of Re-Epithelialization and Angiogenesis of an Epidermal Wound. *Processes*. 2018, 6, 207; doi:10.3390/pr6110207.
31. Бухаров Д.Н., Аракелян С.М. Математическое моделирование диффузии инноваций в контексте анализа угроз национальной безопасности Российской Федерации// *Вопросы инновационной экономики*. 2020. Т. 10. № 3. С. 1467-1494. doi: 10.18334/vines.10.3.110455.