

## ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ПОИСКЕ ЛОКАЛЬНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Ильясов Р.Х.,  
Хайпаева Л.К.,  
Цамалигова А.И.

ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет», г. Грозный

*Источником неточных выводов о тенденциях и факторах современного экономического развития нередко выступает аппарат классической эконометрики, широко использующий сглаживающие процедуры. Допустимость сглаживания динамики объясняется необходимостью абстрагирования от случайных воздействий, в том числе и от «выбросов». Если такой подход и оправдан при исследовании долгосрочных тенденций, то при анализе динамики быстрых процессов важно сохранить точность эмпирического сигнала – все локальные замедления и ускорения роста, наблюдать их взаимные воздействия с сохранением темпоральной последовательности изменений. В работе предлагается использовать и оценить эффективность методов «новой эконометрики» при изучении взаимосвязей на примере корреляции курса доллара и цены на нефть. В качестве инструментальной базы исследования предлагается аппарат сплайн-аппроксимации с аналитическим моделированием, визуализацией и анализом процессов в системе компьютерной математики Maple. Гибкость сплайн-функции позволяет моделировать динамику с сохранением всех эмпирических значений, а непрерывность и дифференцируемость сплайнов – более точно определять направление и тесноту связи по поведению первых производных (скорости роста). Предложенная методология выявляет особенности последовательной и непрерывной во времени трансформации зависимости курса доллара от колебаний цены на нефть.*

**Ключевые слова:** курс доллара, цены на нефть, корреляция, регрессия, сглаживание, сплайн-аппроксимация, производная, скорость

Неточность решений при изучении взаимосвязей часто может порождаться методами классической эконометрики, которые уже на концептуальном уровне основаны на искажении эмпирического процесса – замене фиктивными значениями реально наблюдавшихся в динамике «выбросов», абстрагированием от воздействия «событийных составляющих» динамики, механическим сглаживанием рядов динамики. Дополнительную сложность в изучении взаимосвязей в экономике методами классической эконометрики создаёт невозможность сохранения в моделях регрессии фактора времени – модельная линия регрессии никак не отражает хронологическую последовательность откликов на колебания факторного признака.

Альтернативой упрощению и «выполачиванию» эмпирической статистики представляется максимально точное сохранение всех достигнутых значений исследуемых процессов, в том числе «выбросов» и «событийных составляющих» динамики. Это позволит оценить все отклики результативного признака на колебания фактора. Отказ от сглаживающих процедур классической эконометрики требует апробации «новых» методов моделирования, визуализации и анализа взаимосвязей, учитывающие локальные особенности последовательных изменений [1]. В качестве эмпирической базы исследования возьмём динамику ежедневных значений курса доллара и цены на нефть в январе 2020 г. [2, 3]

Таблица 1 – Динамика курса доллара США к рублю (МОЕХ, руб./доллар) и цен на фьючерсный контракт на нефть Brent (МОЕХ, долл./баррель)

Дата	Курс доллара США к рублю (МОЕХ, руб./доллар)	Цены на фьючерсный контракт на нефть Brent (МОЕХ, долл./баррель)
03.01.2020	61.96	68.38
04.01.2020		
05.01.2020		
06.01.2020	61.85	69.3
07.01.2020		
08.01.2020	61.58	67.25
09.01.2020	61.33	64.76
10.01.2020	60.95	65.04
11.01.2020		
12.01.2020		
13.01.2020	61.25	64.19
14.01.2020	61.44	64.64
15.01.2020	61.57	63.73
16.01.2020	61.63	64.58
17.01.2020	61.46	64.69
18.01.2020		
19.01.2020		
20.01.2020	61.60	65.11
21.01.2020	61.87	64.91
22.01.2020	61.99	63.38
23.01.2020	61.97	61.43
24.01.2020	61.94	60.87
25.01.2020		
26.01.2020		
27.01.2020	62.97	59.43

Исследованию взаимосвязи между ценами на нефть и курсом доллара по отношению к рублю посвящено множество научных работ. Для российской экономики эта взаимосвязь на протяжении долгого времени оставалась хрестоматийной, определяя динамику многих макроэкономических показателей. Однако, в последнее время всё чаще аналитики констатируют ослабление, а иногда и исчезновение зависимости курса доллара от конъюнктуры рынка нефти. Одно из сообщений такого рода об исчезновении

взаимосвязи между курсом доллара и ценами на нефть появилось на сайте агентства РИА Новости в конце января текущего года. В статье от 28 января 2020 года устойчивость курса отечественной валюты оценивается более чем оптимистично – «Из-за эпидемии коронавируса в Китае нефть дешевеет, валюты развивающихся стран слабеют, но рубль остается стабильным. Похоже, отечественная денежная единица полностью избавилась от сырьевой зависимости»<sup>1</sup>. В условиях, когда доля нефти в экспорте России, а также доля доходов федерального бюджета от экспорта нефти остаются довольно высокими, заявления об исчезновении зависимости курса доллара по отношению к рублю от экспортных цен на нефть представляются неубедительными. В то же время трудно предположить, что публикация в федеральных СМИ не опирается на некоторый анализ актуальных статистических данных. Можно предположить, что «ложные» выводы могли быть получены при обращении к сглаживающим и искажающим исследуемую динамику процедурам классического регрессионного метода. В качестве альтернативы предлагаем оценить результаты моделирования, визуализации и анализа взаимосвязей на математической платформе сплайн-аппроксимации, известной абсолютно точным сохранением эмпирического сигнала в узловых точках и наилучшим приближением интерполяционного поведения между «узлами» решётчатой сетки.

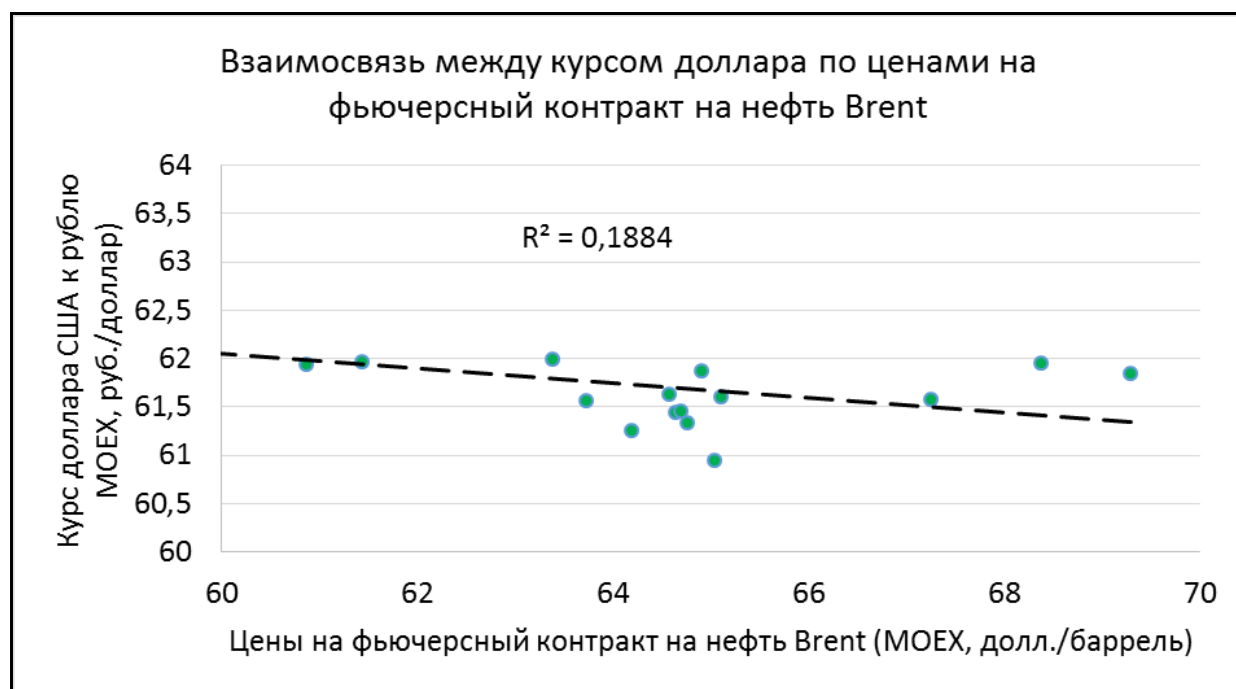
Классические эконометрические методы чувствительны к качеству эмпирической базы исследования. Эконометрическое моделирование процессов предполагает наличие инерционности в их развитии – невозможность существенного изменения состояния экономической системы за малые промежутки времени. В предположении о случайности и взаимной независимости отдельных значений ряда динамики оправдываются деформирующие эмпирические данные преобразования – замена «выбросов» некоторыми средними значениями, сглаживание скользящими средними, утрата временной последовательности изменений вдоль строящихся линий регрессии. О вредности искажения эмпирических данных хорошо сказано у Елены Устюжаниной, которая в своей работе замечает: – «Усреднения рожают химеры» [4].

Особенностью исследуемых процессов (табл. 1) является неравномерность расположения «узловых» точек на временной оси. При изучении процессов, связанных с биржевой деятельностью, неравномерное расположение узлов во времени является неизбежным следствием наличия выходных дней в торговом календаре биржи. Классическая эконометрика, в высокой степени толерантная не только к сглаживанию эмпирических данных, но и к утрате временной последовательности данных, удаляет из анализа даты выходных дней, деформируя временную протяженность процессов. Для построения регрессионной модели, представляющей собой усреднённую реакцию результативного признака на колебания факторных признаков,

---

<sup>1</sup> Совсем другое дело: рубль окончательно отвязался от цен на нефть [электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://ria.ru/20200128/1563932801.html>

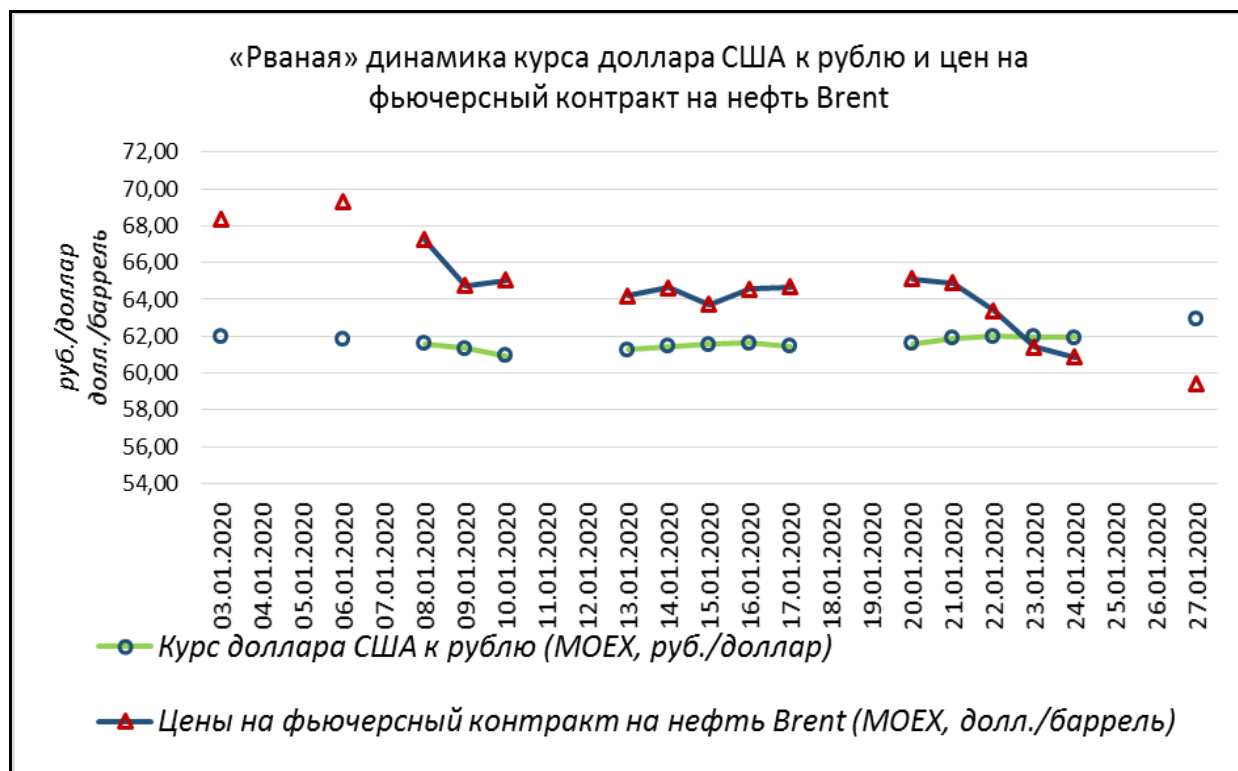
отсутствие некоторых дат, нарушение их хронологической последовательности не являются критичными.



**Рис.1** – Линейная регрессия зависимости курса доллара США к рублю от цен на фьючерсный контракт на нефть Brent. Данные с 3 по 27 января 2020 г. Классическая эконометрика

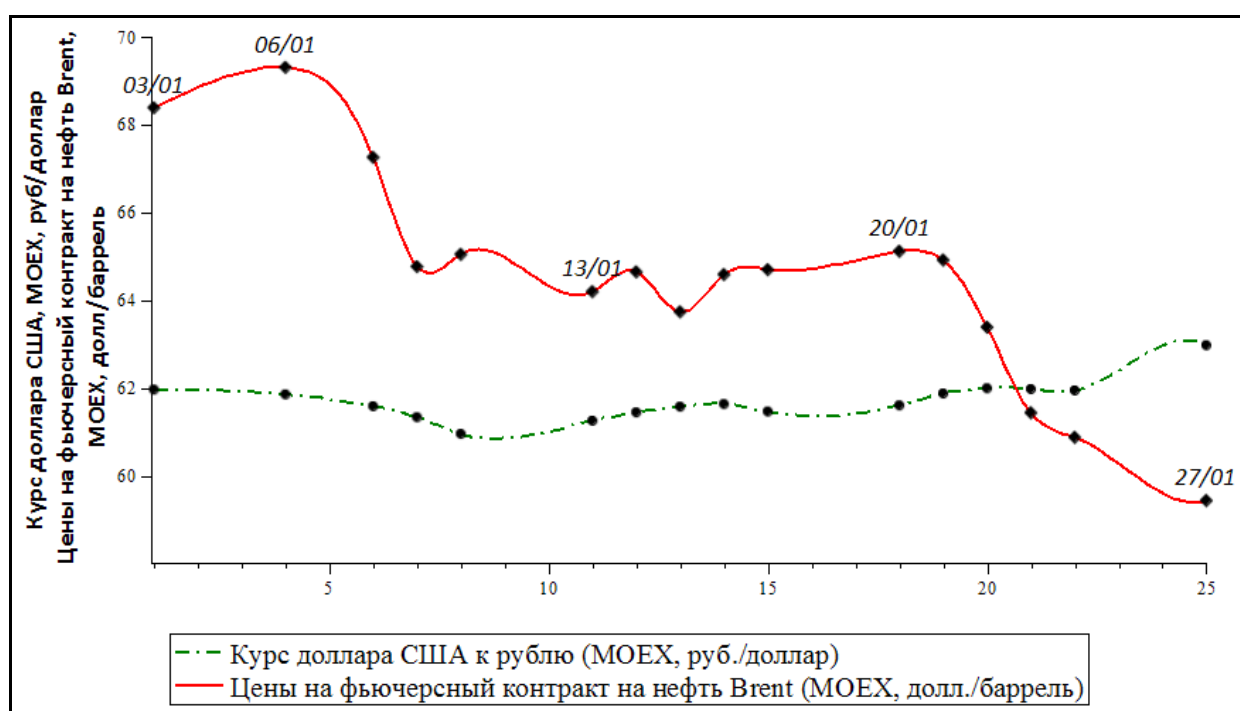
Как видно на рисунке 1, параметры полученной линейной регрессии действительно могут быть интерпретированы как отсутствие зависимости курса доллара по отношению к рублю от экспортных цен на нефть. При существенных изменениях цен на нефть в диапазоне от 60 до 70 долл./баррель, колебания курса доллара, судя по хаотичному расположению точек на поле корреляции, не обнаруживали какую-либо закономерность. В пользу этого может говорить и малое значение коэффициента корреляции между процессами, равный  $-0.43$ . Известно, что модель регрессии является результатом усреднения всех реакций результативного признака в дискретные моменты времени на колебания факторного признака внутри всего исследуемого интервала. То же самое можно сказать и об коэффициенте корреляции – он также является измерителем усреднённой реакции внутри временного интервала относительно большой протяженности. Полное отсутствие временных маркеров, отсутствие в линии регрессии информации о хронологической последовательности изменений, не позволяют исследователю судить об усилении или ослаблении связи с течением времени. Ещё одним естественным ограничением дискретного аппарата классической эконометрики является необходимость работать с рядами данных достаточно большой длины. Для оценивания локальных реакций по небольшому количеству данных, обычный регрессионный анализ становится неэффективным.

Обозначив некоторые недостатки классического регрессионного метода, перейдём к поиску преимуществ новой исследовательской концепции, отказывающейся от сглаживания эмпирической динамики при поиске взаимосвязей. Для достижения одного из требований предлагаемого решения – абсолютно точного совпадения реальных и модельных эквивалентов, выполним аппроксимацию исследуемой динамики сплайн-функциями. Известно, что именно способность с нулевой погрешностью проходить через заданные точки позволяла применять сплайны чертежникам ещё с давних времён в своей работе. Для этого использовались длинные тонкие рейки (сплайны) из гибкого и упругого материала в качестве лекал, проводя с их помощью плавные кривые через заданные точки [5]. Математически сплайны являются «кусочными» функциями – «множеством взаимосвязанных отрезков степенных многочленов, представляющих процесс в промежутках между «узловыми» точками. Сплайны состоят из отрезков полинома малого порядка, которые сходятся, «сшиваются» в заданных узлах процесса (узлах его «решётчатой» функции). Математический сплайн  $q$ -го порядка непрерывен и имеет  $(q - 1)$  непрерывную производную,  $q$ -я производная может претерпевать в точках соединения (узлах сетки) разрыв с конечным скачком. Куски сплайна «сшиваются» в узловых точках оптимальным образом, так, чтобы значения функции и всех её производных слева и справа от каждого узла совпадали, т.е.  $f^{(k)}(x_i + 0) = f^{(k)}(x_i - 0)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, q$ ,  $i = 1 \dots n$ . Тогда  $f(x), f'(x), f''(x), \dots$  становятся непрерывными функциями во всём интервале  $[x_1 \dots x_n]$ » [6].



**Рис.2** – «Рваная» динамика курса доллара США к рублю и цен на фьючерсный контракт на нефть Brent (MOEX, USD за баррель)

Отсутствие некоторых значений в рядах эмпирических данных придаёт исследуемой динамике «рваный» характер. Удаление из анализа подобных отрезков заметно сокращает и деформирует эмпирическую базу исследования относительно временной оси. Таким образом дополняем задачу сохранения в точности всех реально достигнутых значений требованием наилучшего интерполирования «отсутствующих» значений «рваной» динамики. Известные интерполяционные свойства кубических сплайнов позволяют нам построить математическую модель динамики с сохранением всех значений экономического процесса и его реальной временной протяженности. Построение сплайнов на рядах динамики позволяет заменить дискретные данные непрерывными моделями процессов. Тогда мы сможем сравнивать поведение процессов не только в узловых точках, но исследовать и их непрерывное поведение.

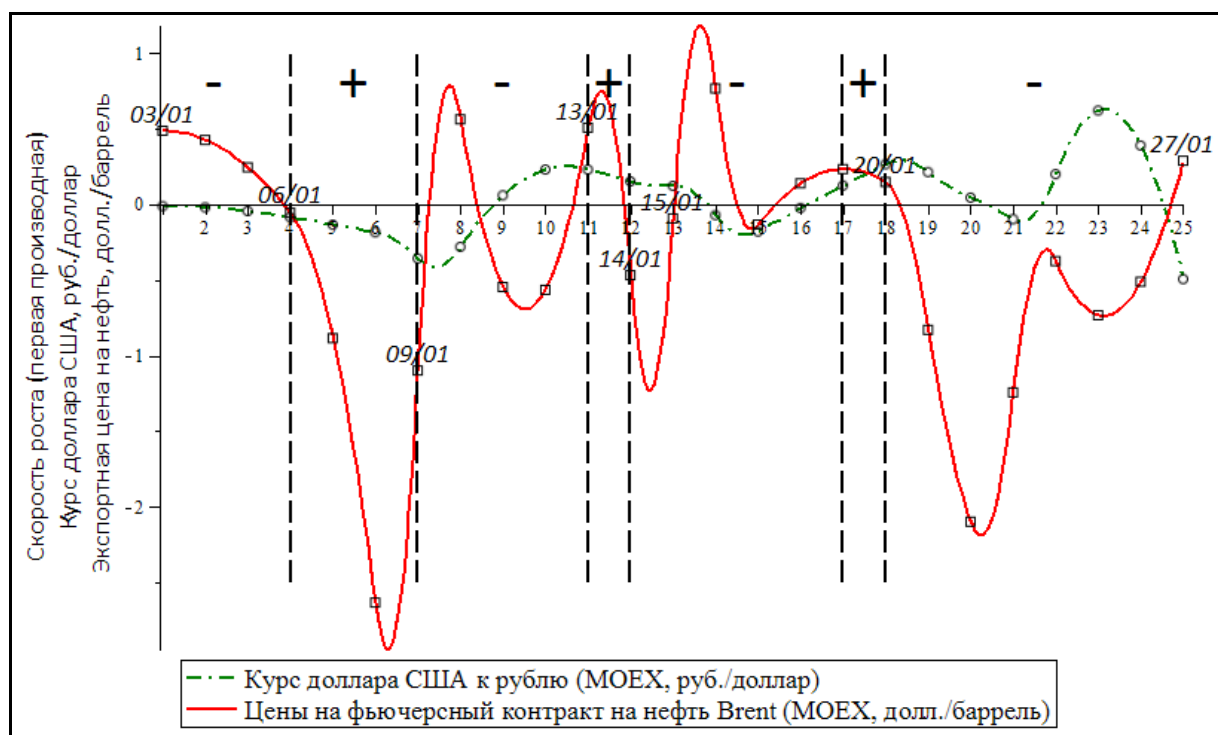


**Рис. 3** – Динамика курса доллара США к рублю и цен на фьючерсный контракт на нефть Brent (МОEX, USD за баррель). Аппроксимация кубическими сплайнами. Система компьютерной математики Maple

Построение непрерывных моделей динамики курса доллара и цен на фьючерсный контракт на нефть Brent выполним аппроксимацией кубическими сплайнами в системе компьютерной математики Maple. Аппроксимация кубическими сплайнами генерирует гибкие и непрерывные модели, позволяющие наилучшим образом находить интерполяционные значения процесса. Такой подход к моделированию процессов актуален, так как, несмотря на отсутствие реально зафиксированных значений процесса в неторговые дни, формирование этой цен можно считать непрерывным процессом, развивающимся под воздействием непрерывного потока новой информации. Сплайн-аппроксимация устраняет «разрывы» дискретной

динамики (рис. 2), последовательно восстанавливая непрерывный процесс интерполированием «пропущенных» значений (рис. 3).

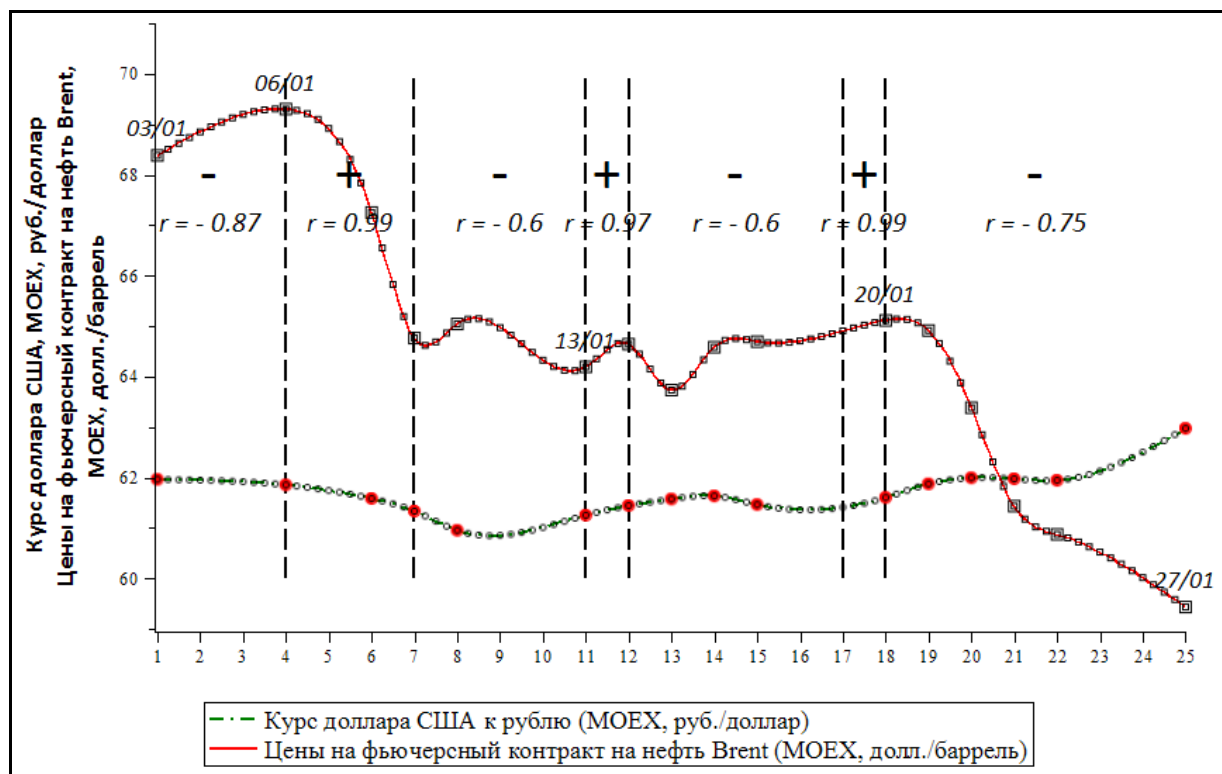
Непрерывность сплайн-аппроксимационной модели позволяет при поиске локальных реакций перейти от сравнения дискретных состояний к сравнению изменений в развитии процессов. Дифференцированием сплайн-функции, аппроксимирующей исследуемую динамику, изменения в экономическом движении определяются для сколь угодно малых интервалов времени. Обращаясь к физической интерпретации первой производной функции движения, можем говорить о поиске корреляции в колебаниях скорости развития экономических процессов. В колебаниях скорости развития процессов более рельефно могут проявиться особенности реакции результативного признака на воздействие факторов, чем в динамике абсолютных значений [7]. Дифференцирование не искажает эмпирический сигнал, а переводит его в новое операционное пространство – в пространство непрерывных фазовых траекторий. Теперь становится возможным визуальное определение наличия связи между процессами по поведению первых производных – кривых скорости роста. В поведении кривых скорости развития обнаруживаются «латентные» или «неочевидные» для классической эконометрики связи, например, когда результативный признак реагирует замедлением роста на ускорение роста значений факторного. Также, исходя из свойств производной, прямо по графику кривых скорости определяются интервалы, внутри которых происходит рост показателя, его снижение, а также визуально определяются точки экстремума.



**Рис. 4** – Колебания скорости роста курса доллара США к рублю и цен на фьючерсный контракт на нефть Brent (МОЕХ, USD за баррель). Первые производные сплайн-моделей. Система компьютерной математики Maple



Кривые скорости экономического движения становятся удобным индикатором для визуального определения структурных изменений связи. Сравнивая знаки производных и синхронность (асинхронность) в поведении кривых скорости, можно наблюдать изменения в направлении связи, а также временную продолжительность сохранения параметров связи. Для визуального определения интервалов роста или снижения значений исследуемой динамики становится удобным свойство первой производной, согласно которому положительный знак производной означает рост, а отрицательный – снижение. Экстремальные значения исследуемых процессов, например, «выбросы», также удобно выявлять прямо по графику по нулям первой производной. Таким образом, дифференцирование функции экономического движения становится процедурой, нормирующей исследуемый процесс относительно горизонтальной линии нулевой скорости роста. Это позволяет качественно определить интервалы с установившимися параметрами связи, а также находить точки переключения регрессии. По колебаниям скорости роста курса доллара и цены на нефть (рис. 4) мы определили интервалы времени, внутри которых параметры связи демонстрируют некоторую устойчивость. Далее, в зависимости от целей исследования, может быть выполнен количественный анализ тесноты связи между скоростью изменений (между значениями первых производных) или между абсолютными значениями исходной динамики.



**Рис. 5** – «Эволюция» связи между курсом доллара США к рублю и ценами на фьючерсный контракт на нефть Brent (МОЕХ, USD за баррель). Система компьютерной математики Maple



Спроецируем полученную по поведению кривых скорости временную сетку структурно-вариативной связи на кривые эмпирической динамики (рис. 5). Сравнивая поведение кривых скорости ежедневных изменений мы можем выделить 6 точек переключения регрессии с 3 по 27 января 2020 года. Наиболее продолжительно в исследуемой динамике наблюдалась отрицательная корреляция, прерываясь короткими интервалами не свойственной исследуемой паре показателей прямой связи.

Предложенная методология позволяет оценивать корреляцию более точно, отказываясь от усреднений внутри продолжительных темпоральных участков, внутри которых, как показал анализ, могли происходить заметные структурные изменения связи.

Предложенная платформа сплайн-аппроксимации снимает также и ограничения классического регрессионного метода, связанные с расчётом коэффициента корреляции внутри коротких временных отрезков. Ценным достоинством сплайн-аппроксимации становится возможность «генерирования» дополнительных (или «пропущенных») значений исследуемой динамики.

Исследование показало, что классические эконометрические методы не обладают достаточной точностью и гибкостью для моделирования процессов с переменной структурой. Аппроксимация динамики сплайнами позволяет «... организовать поиск закономерностей путем сравнения не отдельных точек данных, как в традиционных методах, а отрезков функций, с хорошей точностью описывающих исходную статистику» [3, стр. 50].

## Список литературы

1. Винтизенко И.Г, Ильясов Р.Х. «Новая эконометрика». – Ставрополь: Издательство «АГРУС», 2018. – 480 с.
2. Фьючерсный контракт на нефть Brent [электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://www.moex.com/ru/derivatives/contractresults.aspx>
3. Индикативные курсы валют [электронный ресурс]: – Режим доступа: [https://www.moex.com/ru/derivatives/currency-rate.aspx?currency=USD\\_RUB](https://www.moex.com/ru/derivatives/currency-rate.aspx?currency=USD_RUB)
4. Устюжанина Е.В. Думайте деньгами: десять заповедей экономического мышления – М.: Воскресенье, 2003.
5. Сплайн-функции в экономико-статистических исследованиях. – Новосибирск: Наука, 1987
6. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. Монография. — Перев. с англ. Ю.Н. Субботина. — М.: Мир, 1972., — 319 с.
7. Piyasov R.H. About the Method of Analysis of Economic Correlations by Differentiation of Spline Models // Modern Applied Science. 2014. Vol. 8, No. 5. Pp. 197-203.