МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

КАФЕДРА «ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
« 10 » июня 2022 г., протокол № 6
Заведующий кафедрой
_______________ А.М.Гачаев
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

Направленность (профили)

«Тепловые электрические станции»
«Энергообеспечение предприятий»

Квалификация выпускника

Бакалавр

Составитель_______________Исаева Л.М.

Грозный - 2022

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1.	Линейная алгебра	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
2.	Элементы векторной алгебры	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
3.	Аналитическая геометрия	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
4.	Введение в математический анализ	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
6.	Функции нескольких переменных	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
7.	Интегральное исчисление	ОПК-2	Собеседование
8.	Дифференциальные уравнения	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
9.	Ряды	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	**Наименование оценочного средства**	**Краткая характеристика оценочного средства**	**Представление оценочного средства в фонде**
1	*Собеседование*	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	*Контрольная работа*	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам

3	*Экзамен*	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра.	Комплект экзаменационных билетов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Аналитическая геометрия»

1. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
2. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
3. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
4. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
5. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.

Раздел: «Теория пределов»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющий предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечную малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число *e.* Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;

– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;

– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;

– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на векторах.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 60°, причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Вариант 2

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

4. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

Вариант 3

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 - 2x_2 = -2, \\ 7x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. При каком значении λ векторы $\vec{a}=\vec{i}+2\lambda\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}+\lambda\vec{j}$ и $\vec{c}=2\lambda\vec{i}+\vec{k}$ компланарны?

Вариант 4

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -5 & -6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5 & 2\\ 4 & -7\end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=-9,\\ 8x_1+3x_2+5x_3=-13,\\ 2x_1+5x_2-x_3=-5.\end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $|\vec{a}\times\vec{b}|$, $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Дано: $|\vec{a}|=13$, $|\vec{b}|=19$, $|\vec{a}+\vec{b}|=24$. Вычислить $|\vec{a}-\vec{b}|$.

Вариант 5

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}3 & -2 & 0\\ 1 & 6 & -1\\ 2 & 4 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-5\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=3,\\ 3x_1+2x_2+4x_3=7,\\ 2x_1-3x_2+x_3=1.\end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a}\times\vec{b}$, $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 120°, причем $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=3$. Найти $|\vec{a}+\vec{b}|$.

Вариант 6

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}2\\ 5\\ 1\\ -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 0 & 4 & 5\end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}x_2+2x_3=-1,\\ 3x_1-x_2-x_3=7,\\ x_1+2x_2=0.\end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}$, $\vec{b}=-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{c}=2\vec{j}+5\vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a}\times\vec{b}$, $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Упростить выражение $2\vec{i}\times(\vec{j}\times\vec{k})+3\vec{j}\cdot(\vec{i}\times\vec{k})+4\vec{k}\times(\vec{i}\times\vec{j})$.

Вариант 7

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$.
Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$, где $\vec{m}$ и $\vec{n}$ – единичные векторы, образующие угол 30°.

Вариант 8

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$. Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 120°, причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Вариант 9

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 12. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.
Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Найти единичный вектор $\vec{a}$, одновременно перпендикулярный

вектору $\vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$ и оси абсцисс.

Вариант 10

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
   Найти $|\vec{a}|$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, определить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Найти единичный вектор $\vec{a}$, параллельный вектору $\vec{b} = 6\vec{i} + 7\vec{j} - 6\vec{k}$.

Вариант 11

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -15. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$.
   Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Какой угол образуют единичные векторы $\vec{s}$ и $\vec{t}$, если векторы $\vec{p} = \vec{s} + 2\vec{t}$ и $\vec{q} = 5\vec{s} - 4\vec{t}$ взаимно перпендикулярны?

Вариант 12

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -7. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Вычислить угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ - единичные, перпендикулярные векторы.

Вариант 13

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8, \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $|\vec{c}|$, $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 60°, причем $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$. Найти $|\vec{a} + \vec{b}|$.

Вариант 14

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 5x - y + 3z = -1, \\ x - 2y = -5, \\ 7y - z = 22. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $|\vec{c}|$, $2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения $3|\vec{m}| - 2(\vec{m} \cdot \vec{n}) + 4\vec{n}^2$, если $|\vec{m}| = \frac{1}{3}$, $|\vec{n}| = 6$, угол между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$ равен $\frac{\pi}{3}$.

Вариант 15

1. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$

3. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$, $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Найти $2\vec{a} + 6\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения $(3\vec{a} - 5\vec{b})(2\vec{a} + 7\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $13x-5y-6=0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2+18x+16y^2-64y-71=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+7x^2+5}{x^3+8x^4-2x}$;

в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x-3}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{3x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+7}{x-2}\right)^{-4x}$.

Вариант 2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-3y+5=0$, $x+y-15=0$ и точку $A(5;-2)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3;0;-1)$, $M_2(2;-2;1)$ и $M_3(3;1;-1)$ и построить ее.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^3-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-9x^5+x^2}{3x^4+9x}$;

в) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{4+x}-3}{\sqrt{x-1}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x}{\sin2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-5}{2x}\right)^{-3x+1}$.

Вариант 3

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $5x-9y+8=0$ и построить ее.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно к вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$, если $M_1(2;-1;1)$ и $M_2(-3;4;5)$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5+4x^3-3}{5x^4+8x^8-12x}$;

в) $\lim\limits_{x\to9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin\frac{x}{7}}{9x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x}\right)^{x-2}$.

Вариант 4

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-7;-2)$ и параллельной прямой $5x-3y+3=0$ и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2+4y^2+16x-32y-41=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2+2x-15}{5x+x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x^3-3}{6x^3-9+x^2}$;

в) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+64}{\sqrt{x+20}-4}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{\sin 5x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{\frac{x-1}{3}}$.

Вариант 5

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $9x+5y-2=0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2+9y^2+36x-18y+20=0$.
3. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+x-10}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+7x^2+4}{x^3+7x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{x}{5}}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+8}{x-1}\right)^{-2x}$.

Вариант 6

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-6;5)$ и $B(-7;-3)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2+10y^2+40y-50=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+4x+1}{x^2-6x-7}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^9+3x^5-x}{x^3+5x^8-2x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sin 7x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$.

Вариант 7

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7;-5)$ и параллельной прямой $x-8y+10=0$ и построить ее.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3;4;-2)$, $M_2(4;-1;-1)$ и $M_3(-2;0;3)$.
3. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+3x-2}{3x^3+x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{12x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$.

Вариант 8

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $-8x+5y-10=0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $x^2-3y^2+6y-15=0$.
3. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-14x+5}{x^2-6x+5}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+x-5}{3x^3+8x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{x}{5}}{8x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^{-5x}$.

Вариант 9

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-4;5)$ и $B(-5;-8)$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2+9y^2-8y-36x+4=0$.

3. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-17x-28}{x^2-9x+14}$; в) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{13x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$.

Вариант 10

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(8;-2)$ и $B(-2;-7)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3;-1;2)$, $M_2(4;-1;-1)$ и $M_3(2;0;2)$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-2x^2+5x}{3x^2+7x}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-3x^2+2}{9x^3+4x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x/5}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$.

Вариант 11

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $x-4y-17=0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $2x^2-2y^2+2x=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{10x-3x^2-8}{3x^2-8x+4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-5x+9}{7-3x-5x^2}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{\sin 2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{x+1}$.

Вариант 12

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(8;-3)$ и $B(0;-4)$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $y^2-6x+14y+49=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3x-5}{9x+7}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{x}{7}}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-3x}{5-3x}\right)^{x}$.

Вариант 13

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой $3x-7y-1=0$, найти ее угловой коэффициент и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $9x^2-4y^2+24y-72=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^7+6x-13}{x^2+3x+1}$;

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2}{\sqrt{8+x}-3}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{8x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+3x}{5+3x}\right)^{4x}$.

Вариант 14

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1;9)$ и $B(-8;0)$, привести его к виду уравнения «в отрезках».
2. Построить кривую 2-го порядка: $x^2-6x+8y-47=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{9x^2+17x-2}{x^2+2x}$; б) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x^4-5x+7}{x^3+33x-5}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{\frac{x-1}{3}}$.

Вариант 15

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1;-7)$ перпендикулярно прямой $5x-y-3=0$ и построить ее.
2. Построить кривую 2-го порядка: $4x^2+4x-8y-19=0$.
3. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+5x-10}{x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^6-x+32}{5x^4-9}$;

в) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x/3}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{\frac{x-5}{8}}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;

– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;

– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;

– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-2;-3;4), B(-5;4;-2), C(7;-5;3), D(3;-1;2)$. Найти $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$ и объем пирамиды *ABCD*.

4. Даны точки $A(2;-4), B(-6;-2)$. Составить общее уравнение прямой *AB* и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^5+4x^3+x}{5x^4+9x^2-7}$; в) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x}{3+x}\right)^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-4;5), B(6;-7), C(-5;3)$ построить треугольник *ABC*. Найти общее уравнение медианы проведенной из вершины *A*.

4. Даны точки $A(-2;-3;4), B(-5;4;-2), C(7;-5;3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC, найти $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$; в) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 4x}{3x}$;

БИЛЕТ № 3

1. Основные свойства определителей.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 - 2x_2 = -2, \\ 7x_2 - x_3 = -1; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-6;3;-1), B(5;-4;2), C(0;2;-3), D(3;-2;2)$. Найти объем пирамиды

ABCD, $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$. Составить общее уравнение плоскости *ABC*.

4. Даны точки $A(-3;-5)$, $B(2;-4)$. Найти общее уравнение прямой *AB*, и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{x/5}$;

БИЛЕТ № 4

1. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=11, \\ -x_1+2x_2+x_3=-1, \\ 2x_1+x_3=4. \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;2)$, $B(-6;-2;-1)$, $C(0;7;3)$ и $D(6;-1;3)$. Составить уравнение плоскости *BCD*. Найти объем пирамиды *ABCD*.

4. Даны точки $A(-2;8)$, $B(6;-2)$. Составить общее уравнение прямой *AB* построить эту прямую и найти расстояние между точками *A* и *B*.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-9x^2+1}{3x^3+9x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 5

1. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_2+2x_3=-1, \\ 3x_1-x_2-x_3=7, \\ x_1+2x_2=0; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-2;4;3)$, $B(-6;-4;-1)$, $C(6;7;-3)$, $D(6;-1;3)$. Составить общее уравнение плоскости *ABC*. Найти объем пирамиды *ABCD*.

4. Даны точки $A(-3;-5)$, $B(0;2)$. Составить общее уравнение прямой *AB* и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+7x-8}{x^2-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+4x^3+3}{3x^4+8x^2-12x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{9x}$;

БИЛЕТ № 6

1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=3, \\ 3x_1+2x_2+4x_3=7, \\ 2x_1-3x_2+x_3=1; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;2)$, $B(-6;-2;-1)$, $C(0;7;3)$, $D(6;-1;3)$. Найти $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$ и объем пирамиды *ABCD*.

4. Даны точки $A(3;-6)$, $B(-1;-2)$. Составить общее уравнение прямой *AB* и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{2x^2+7x-15}{x^2-25}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x-3}{3x^3+9+x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 7

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=5, \\ 2x_1-x_2-x_3=1, \\ x_1+3x_2+4x_3=6; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-5;3), B(-3;-4)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

4. Даны точки $A(2;-4;3), B(5;-4;1), C(0;-1;-3), D(2;-1;3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+7x^2+5}{x^3+8x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+7}{x-2}\right)^{-4x}$.

БИЛЕТ № 8

1. Угол между двумя плоскостями

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=8, \\ 2x_1+x_3=1, \\ -x_1+2x_2+x_3=12; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-2;5), B(7;-2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^3-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-9x^5+x^2}{3x^4+9x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 2x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=3, \\ 3x_1+2x_2+4x_3=7, \\ 2x_1-3x_2+x_3=1. \end{cases}$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4;3;-8)$ перпендикулярно прямой AB, если $A(2;-1;1), B(-5;5;4)$.

4. Даны точки $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Найти угол между векторами $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5+4x^3-3}{5x^4+8x^8-12x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x}\right)^{x-2}$.

БИЛЕТ № 10

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8, \\ 2x_1-x_2+x_3=3, \\ x_1+x_2-2x_3=-3; \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на векторах, если: $\vec{a}=-5\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}+6\vec{j}-5\vec{k}$.

4. Даны точки $A(-3;-5), B(0;2), C(-2;7)$ построить треугольник ABC. Составить общее уравнение высоты, проведенной из вершины A.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+2x-15}{5x+x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x^3-3}{6x^3-9+x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+64}{\sqrt{x+20}-4}$;

БИЛЕТ № 11

1. Общее уравнение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1-4x_2+3x_3=1, \\ x_1-2x_2+4x_3=3, \\ 3x_1-x_2+5x_3=2; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;-3), B(6;-4;1), C(-2;7;3), D(-6;1;-3)$. Составить канонические уравнения прямой BD.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5;-2)$ перпендикулярно прямой $2x-6y+5=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+x-10}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+7x^2+4}{x^3+7x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+8}{x-1}\right)^{-2x}$.

БИЛЕТ № 12

1. Уравнение плоскости в отрезках и построение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_2+2x_3=12, \\ x_1+x_2+x_3=10, \\ 2x_1+x_2-x_3=3; \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, объем параллелепипеда, если: $\vec{a}=3\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$, $\vec{c}=-3\vec{i}-5\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;-5)$ параллельно данной

прямой $5x-7y+2=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+4x+1}{x^2-6x-7}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sin 7x}$;

БИЛЕТ № 13

1. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их связь.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 5x-y+3z=9, \\ x-2y=0, \\ 7y-z=17. \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если: $\vec{a}=-2\vec{i}-6\vec{j}+8\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$,.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7;-5)$ параллельно данной прямой $x+3y+2=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+3x-2}{3x^3+x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{12x}$;

БИЛЕТ № 14

1. Первый замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1-4x_2+3x_3=1, \\ x_1-2x_2+4x_3=3, \\ 3x_1-x_2+5x_3=2. \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;-3), B(6;-4;1), C(-2;7;3), D(-6;1;-3)$. Найти $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M\ (-9;-2)$ перпендикулярно прямой $2x-6y+5=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-14x+5}{x^2-6x+5}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+x-5}{3x^3+8x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$.

БИЛЕТ № 15

1. Второй замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 3x+4y+7z=-1, \\ -2x+5y-3z=1, \\ 5x-6y+11z=-3. \end{cases}$

3. Даны точки $A(5;-3), B(-3;4)$. Найти угловой коэффициент прямой AB и построить ее.

4. Даны точки $A(2;-4;3), B(5;-4;1), C(0;1;3), D(2;-1;3)$. Найти объем пирамиды $ABCD$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-17x-28}{x^2-9x+14}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.
2. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
3. Производные основных элементарных функций.
4. Правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции.
6. Дифференцирование заданных в параметрической и неявной форме.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.
8. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.
9. Максимумы и минимумы функции.
10. Порядок исследования функции с помощью производной и построения её графика.

Раздел: «Функции нескольких переменных»

11. Область определения, линии уровня функции двух переменных.
12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
13. Частные производные. Полный дифференциал.
14. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
15. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^9 - \dfrac{5}{x^4} + \sqrt[7]{x^2} - 5x$;

б) $y = \dfrac{x^4}{4x - x^3}$; в) $y = \operatorname{arctg}\dfrac{3-x}{x+3}$; г) $\begin{cases} x = \sqrt[4]{t}; \\ y = 1/\sqrt{1-t}; \end{cases}$ д) $y = x^2 \cdot \ln 5x$;

е) $y = \cos^3 6x$; ж) $y = e^{tg 4x}$; з) $3x^2 y - 2x = 5y^3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Вариант 2

1. Найти производные данных функций: а) $y = 7 + 8x^5 - \dfrac{2}{x^2} - \sqrt[5]{x^4}$;

б) $y = \dfrac{x^5}{2x - x^3}$; в) $y = \ln\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$; г) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = t^2/2; \end{cases}$ д) $y = \left(x^2 - 6x\right)\cdot \sin 2x$;

е) $y = \sin^5 3x$; ж) $y = e^{x^3 + \ln x}$; з) $3e^x - e^y = y^3 - 5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2 - x^3 + 7x}{2x^4 + 5x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{20}{x^2 - 25} - \dfrac{2}{x-5}\right)$.

Вариант 3

1. Найти производные данных функций:

а) $y = \dfrac{1}{x} - \sqrt[6]{x} + 2x^5 + 8$; б) $y = \dfrac{\cos x}{1 - \sin x}$; в) $y = \sqrt{\dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$; г) $\begin{cases} x = \ln\left(1 + t^2\right); \\ y = \operatorname{arctg} t; \end{cases}$

д) $y = e^{-x}\left(5x - x^3\right)$; е) $y = \left(7x - x^3\right)^5$; ж) $y = \sin^6 3x$; з) $6xy - x^3 + y^2 = 2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 10}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} x \cdot \operatorname{ctg}\pi x$.

Вариант 4

1. Найти производные данных функций:

а) $y = \sqrt[7]{x^3} + 7x + x^8 - \dfrac{3}{x^3}$; б) $y = \dfrac{1 - 4^x}{1 + 4^x}$; в) $y = \sqrt[5]{(2-3x)^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^2 t; \\ y = \operatorname{ctg}\, t^2; \end{cases}$

д) $y = 3x^3 \cdot \cos 5x$; е) $y = \ln(x + \cos x)$; ж) $y = \operatorname{tg}^4 5x$; з) $xy - \ln y + y^4 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4 - 3x^2 + 7x}{2x + 5x^3 - 1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin x \cdot ctgx)$.

Вариант 5

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 2x^2 - \dfrac{5}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 8$; б) $y = \dfrac{x^3 + 3}{2x^2 - 5}$; в) $y = \sin x^5$; г) $\begin{cases} x = t \cdot \sin t \\ y = t - \cos t \end{cases}$;

д) $y = 7^x \cdot \cos 3x$; е) $y = e^{\sqrt{2x - x^2}}$; ж) $y = \cos^2 4x$; з) $5x^2 - xy + 2y^2 = 4$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x + 4x^3 + 7}{8 + 2x^2 + 5x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1} \right)$.

Вариант 6

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 7 - x^3 - \dfrac{1}{x} + 2\sqrt[5]{x} - 3x$; б) $y = \dfrac{3 - x^2}{3 + x^2}$; в) $y = \ln(\operatorname{tg} 3x)$; г) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t^2}; \\ y = t^3 - 3t; \end{cases}$

д) $y = (x^2 + 2x) \cdot e^x$; е) $y = \sin^7 2x$; ж) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}$; з) $x \cdot \sin y = y \cdot \ln x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{x - 1} - \dfrac{1}{\ln x} \right)$.

Вариант 7

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 6 - 3x^4 - \dfrac{4}{x^2} + \sqrt[5]{x^4} - x$; б) $y = \dfrac{\ln 3x}{x^2 - 9}$; в) $y = \operatorname{tg}^3 6x$; г) $\begin{cases} x = t - t^4 \\ y = t^2 - t^3 \end{cases}$;

д) $y = 2^{3x} \cdot (3 - x)$; е) $y = e^{\sqrt{1 + 3x}}$; ж) $y = \arccos e^{5x}$; з) $3x^2 - 2y^3 = 5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x^2 - x} - \dfrac{1}{e^x - 1} \right)$.

Вариант 8

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 4x^5 - \dfrac{6}{x^3} + \sqrt[6]{x^5} - 7x$; б) $y = \dfrac{1 + e^x}{1 - e^x}$; в) $y = \operatorname{arctg}^2 3x$; г) $\begin{cases} x = 5\sin^2 t \\ y = 4\cos^3 t \end{cases}$;

д) $y = \sqrt{x} \cdot \arcsin x$; е) $y = \ln(x + x^5 - 2)$; ж) $y = 3^{\operatorname{ctg} x}$; з) $3xy - \ln y = 5x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x - 2x^2 + 5x^3}{2 + 3x^2 + x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{x - 1} - \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$.

Вариант 9

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \dfrac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;

б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4x - x^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = 3\cos^3 t, \end{cases}$ д) $y = 10^{x^2+3x}$;

е) $y = \sin(\ln x)$; ж) $y = \sqrt{3x^2 + \ln^2 x}$; 9) $x^2 - \ln y + y^2 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$.

Вариант 10

1. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^5 - \dfrac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$;

б) $y = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t, \end{cases}$ д) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$;

е) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$; ж) $y = \ln(\sin 2x + \cos 2x)$; з) $\ln(xy) = x^2 - y^2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x - 5x^2 + 2}{2x^3 - x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1 - \cos 6x}$.

Вариант 11

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 7x^5 - \dfrac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = \dfrac{4x^3 + 21}{x^2}$; в) $y = 6^{\operatorname{tg} x}$; г) $\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t, \end{cases}$

д) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$; е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2x - 1}$; з) $x \operatorname{tg} y + y^2 = 5x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5 + 4x^3}{3x + 9x^2 - 13}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1 + x^2)}{x}$.

Вариант 12

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x - \dfrac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$; б) $y = \dfrac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $\begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5, \end{cases}$

д) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$; е) $y = \ln^2(\operatorname{ctg} 3x)$; ж) $y = (3x - 1) \cdot \ln x$; з) $5x^2 - xy + 2y^2 = 5$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x \, e^{-x}$.

Вариант 13

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \dfrac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $(1+x)\cdot e^x = 0$; в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $\begin{cases} x = \sin t - t\cos t; \\ y = t\sin t; \end{cases}$

д) $y = \left(x^2 - 6x\right)\cdot \lg x$; е) $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+3}\right)$; ж) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x}$; з) $x^3 + y^3 = 3xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-2}{x^2+1}$.

Вариант 14

1. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \dfrac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \dfrac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t, \end{cases}$ д) $y = \operatorname{ctg} 2x\cdot(3+x^3)$;

е) $y = \ln\left(x - 4 - x^3\right)$; ж) $y = e^{\arccos\sqrt{x}}$; з) $x^2 y + 2x^2 - y^2 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x}{3x^3+9-2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x}\right)$.

Вариант 15

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \dfrac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;

б) $y = \dfrac{5x-8}{3^x}$; в) $y = \left(x^5 - 4\right)\cdot \sin 3x$; г) $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \sqrt{1-t^2}, \end{cases}$ д) $y = 2^{3x-1}$;

е) $y = \ln(2x + \cos x)$; ж) $y = \sqrt{\cos 4x}$; з) $x\sin y = y\ln x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{5}{x^2-x-6}\right)$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^4 - 3x^2y^2 + 5xy^3 + y^4$; б) $z = \sqrt{xy + x/y}$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{2x-3y}{x+y}$ в точке (4; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4\operatorname{arctg}\left(3y/x^3\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$.

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2y^2/x^3$; б) $z = \ln\left(e^{-x} + e^{4y}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 13\operatorname{tg}(3x - 4y)$ в точке (4; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = xe^y + ye^x$; б) $z = \ln\left(x + e^{xy}\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{6x - 7y}{x + y}$ в точке (-3; -2) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^2 y - 3xy^2 + x + y$; б) $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\dfrac{y}{x}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 5\mathrm{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 6

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^2 - xy - 2y^2$; б) $z = \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 5e^{3x+2y}$ в точке (2; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 7

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^{3y}$; б) $z = \sqrt{x^2 - 5xy^3}$.

2. Найти производную функции $z = 10\sin(2x + 3y)$ в точке (3; -2) по направлению $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 8

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2 y + 12xy^3$; б) $z = \cos\left(\dfrac{x}{3} - 4y\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{x - y}{x + y}$ в точке (-2; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

Вариант 9

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^5 + 2xy^3 - ye^x$; б) $z = \mathrm{arctg}\dfrac{x + y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке (3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 - 2x^2 y + xy^2 + 1$; б) $z = e^x(\cos y + x\sin y)$.

2. Найти производную функции $z = 5\mathrm{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 11

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$; б) $z = \ln\left(x^2 - 5xy + y^8\right)$.

2. Найти производную функции $z = 5\sin(4x - y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = \frac{x^4}{2y}$; б) $z = \ln\left(x - \sqrt{x^2 - 5y^2}\right)$.

2. Найти производную функции $z = \frac{x+y}{x-y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Вариант 13

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 5xy + xe^y$; б) $z = \ln\left(3y - 2x^4\right)$.

2. Найти производную функции $z = x\sqrt{x} - 2y\sqrt{y}$ в точке (8; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 14

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $u = 2x^5 + y^3 - 5xy^2 + xz^2$; б) $z = \sqrt[4]{x + 8y}$.

2. Найти производную функции $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке (-1; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x\ln y - y^3 + 6xy$; б) $z = \frac{x^2y^2}{x+y}$.

2. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке (5; 5) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;

– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;

– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;

– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \dfrac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - \ln 3$;

б) $y = \dfrac{\ln x}{x^2 - 9}$; в) $y = \sin(\ln x)$; г) $y = 7x^3 \cdot \cos 5x$; д) $y = \mathrm{tg}^2\, 3x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 7x}{x + \mathrm{tg}^2\, x}$

4. Найти значение выражения $2z''_{yy} - 5z''_{yx}$ для функции $z = \dfrac{x^2}{y} - \dfrac{y^2}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 2

1. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^6 + \dfrac{7}{x} - \sqrt[5]{x^3} + \dfrac{12}{\sqrt{x}} + \ln 1$;

б) $y = 3^{2x^2 - 5}$; в) $y = \dfrac{\cos x}{x^3 + 2}$; г) $y = e^{-x}\left(5x - x^3\right)$; д) $y = \sin^5 12x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos x}{\ln\cos 3x}$

4. Найти значение выражения $3z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 3

1. Экстремум функции двух переменных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^7 - \dfrac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - 6x$;

б) $y = \dfrac{\cos x}{\sin x + \cos x}$; в) $y = e^{\arcsin x}$; г) $y = 3x^3 \cdot \arcsin x$; д) $y = \ln^2(\mathrm{tg}\, x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to +0} x^3 \ln 2x$

4. Найти значение выражения $8z''_{xx} + 2z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$ в точке (4; 1).

БИЛЕТ № 4

1. Область определения, линии уровня функции двух переменных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \dfrac{5}{x^2} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - e^3$;

б) $y = \dfrac{\ln x}{x^2 - 5x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) д) $y = x \cdot \arccos 3x$; д) $y = e^{x - \arcsin x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0} x^3 \cdot \mathrm{ctg}\, 6x$

4. Найти значение выражения $3z''_{xx} + 4z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ в точке (1; 4).

БИЛЕТ № 5

1. Дифференцирование параметрической функции.

2. Найти производные данных функций: а) $y = x^6 - \dfrac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$;

б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \dfrac{2 - x^2}{\cos 4x}$; г) $y = \cos^7 3x$; д) $y = \ln(x + \ln x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{5x} - 2}{2x^3 - 5}$

4. Найти значение выражения $5z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x + 3y)$ в точке $\left(\dfrac{\pi}{4}; -\dfrac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 6

1. Дифференцирование неявной функции.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \dfrac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$;

б) $y = \dfrac{2x}{7 - x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{(x^2 - 3)^2}$; г) $y = \operatorname{ctg}^4 2x$; д) $y = (1 - 2x)\arcsin x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{\sin 5x}$

4. Найти производную функции $z = \dfrac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке (-1; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

БИЛЕТ № 7

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^3 - \dfrac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$;

б) $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$; г) $y = \sin^3 7x$; д) $y = \ln(x + \cos x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 2x}{5x^2}$

4. Найти производную функции $z = 10e^{2x - 3y}$ в точке (3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

БИЛЕТ № 8

1. Полный дифференциал ФДП.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \dfrac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;

б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4x - x^2}$; г) $y = 10^{x^2 + 3x}$; д) $y = \sin(\ln x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$

4. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке (5; 5) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$

БИЛЕТ № 9

1. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^3 - \dfrac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$;

б) $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$; в) $y = \dfrac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$; г) $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$; д) $y = e^{\arcsin x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$

4. Найти значение выражения $2z''_{xx} - 5z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x - 3y)$ в точке $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 10

1. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \dfrac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;

б) $y = \dfrac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = \left(x^5 - 4\right) \cdot \sin 3x$; г) $y = 2^{3x-1}$; е) $y = \ln(2x + \cos x)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{x^2}$

4. Найти значение выражения $2z''_{yy} + 3z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x - y^2)$ в точке (4; -2).

БИЛЕТ № 11

1. Частные производные ФДП.

2. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \dfrac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \dfrac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$; д) $y = \ln\left(x - 4 - x^3\right)$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$.

4. Найти значение выражения $3z''_{yy} + z''_{yx}$ для функции $z = \dfrac{xy}{x^2 - y}$ в точке (2; 3).

БИЛЕТ № 12

1. Правила дифференцирования функции одной переменной.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \dfrac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y = \dfrac{x^3}{\ln x}$;

в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $y = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \lg x$; д) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{e^x - 2}{x^2 + 1}$

4. Найти производную функции $z = \dfrac{x + y}{x - y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

БИЛЕТ № 13

1. Предел и непрерывность функции двух переменных.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 8x - \dfrac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$;

б) $y = \dfrac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$; д) $y = (3x-1)\cdot \ln x$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x\, e^{-x}$

4. Найти значение выражения $3z''_{yy} - 2z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x^2 - 2y)$ в точке (2; 2).

БИЛЕТ № 14

1. Производная по направлению. Градиент.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^5 - \dfrac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$;

б) $y = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $y = (2x^2 - 5)\cdot e^{5x}$; д) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$;

3. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos 6x}$

4. Найти значение выражения $z''_{yy} + 2z''_{yx}$ для функции $z = e^{x^2-4y^2}$ в точке (2; 1).

БИЛЕТ № 15

1. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

2. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^5 - \dfrac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$;

в) $y = 6^{\operatorname{tg} x}$; д); е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}$;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$

4. Найти значение выражения $2z''_{xx} - z''_{xy}$ для функции $z = \ln(x^2 + 2y^2)$ в точке (-1; 0).

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Интегральное исчисление функций одной переменной»
1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной
3. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
4. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
5. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование.
6. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.
9. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
10. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
11. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объемов тел.
12. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
13. Интегралы от неограниченных функций.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;

– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;

– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;

– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$; б) $\int e^{1-3x} dx$; в) $\int\limits_{-1}^{3} (3x+1)\, e^x dx$; г) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; д) $\int \frac{(x-5)dx}{26+2x+x^2}$; е) $\int \frac{\sqrt{x}\, dx}{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}}$; ж) $\int \cos 3x \cos 9x\, dx$; з) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}$.

Вариант 2

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^3 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x} \right) dx$; б) $\int \sqrt{4x-1} dx$; в) $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$;

г) $\int\limits_0^2 (4-3x) e^{-3x} dx$; д) $\int \frac{(2x-1)dx}{x^2 - x + 1}$; е) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \cos^5 x \sin x dx$; з) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

Вариант 3

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^7 \right) dx$; б) $\int \frac{3dx}{1-7x} dx$; в) $\int\limits_0^{\pi/2} x \cos x\, dx$; г) $\int \frac{dx}{\operatorname{arctg}^2 x \left(1+x^2\right)}$; д) $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2+x+1}$; е) $\int \frac{\sqrt[6]{x}\, dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$; ж) $\int \cos^4 x dx$; з) $\int\limits_2^5 \frac{dx}{x^2-4}$.

Вариант 4

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^3 \left(4x - \sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$; в) $\int \frac{\ln x dx}{x}$;

г) $\int\limits_1^e (x^2 - 4x) \ln x dx$; д) $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 2}$; е) $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^3 x\, dx$; з) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\ dx}{x^2+4}$.

Вариант 5

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx$; б) $\int \sin(3-5x) dx$; в) $\int xe^{-x^2} dx$;

г) $\int \operatorname{arctg} 3x\, dx$; д) $\int \frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$; е) $\int\limits_1^4 \frac{\sqrt{x}\, dx}{x(x+1)}$; ж) $\int \operatorname{tg}^3 x\, dx$; з) $\int\limits_{-\infty}^{0} x e^x dx$.

Вариант 6

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx$; б) $\int 5^{\,3-2x}\, dx$; в) $\int (x^2+1)^5 x dx$;

г) $\int \ln(1+x^2) dx$; д) $\int \frac{(4x-3)dx}{x^2+4x+9}$; е) $\int\limits_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^5 x \cos x dx$; з) $\int\limits_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7}$.

Вариант 7

1. Найти интегралы: а) $\int_1^e \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int e^{5x-3}dx$; в) $\int (5-6x)\sin 4x dx$; г) $\int \frac{3xdx}{10+3x^2}$; д) $\int \frac{dx}{x^2+7x+11}$; е) $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^4 8x \cos 8x dx$; з) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Вариант 8

1. Найти интегралы: а) $\int_{-2}^1 (3x^2+4x-1)dx$; б) $\int \cos(10x-7)dx$; в) $\int \frac{xdx}{\sqrt{9x^2+2}}$; г) $\int_1^e x^2 \ln x\, dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2+6x+3}$; е) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; ж) $\int \sqrt[5]{\sin^4 x}\cos x dx$; з) $\int_{13}^\infty \frac{dx}{x\ln x}$.

Вариант 9

1. Найти интегралы: а) $\int_1^8 (\sqrt[3]{x} - x - 4)dx$; б) $\int \frac{dx}{2x+9}$; в) $\int (2-5x)\sin x dx$; г) $\int \frac{xdx}{\sqrt{15-3x^2}}$; д) $\int \frac{(x+5)dx}{x^2+x-2}$; е) $\int_3^{15} \frac{x\,dx}{\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin 7x \cos x dx$; з) $\int_{-\infty}^0 \cos 3x dx$.

Вариант 10

1. Найти интегралы: а) $\int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2)dx$; б) $\int (1-4x)^8 dx$; в) $\int \frac{3xdx}{8+2x^2}$; г) $\int_0^{\pi/2} (x-1)\cos x\, dx$; д) $\int \frac{(x+6)dx}{3x^2+x+1}$; е) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \frac{dx}{8+4\cos x}$; з) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2+x}$.

Вариант 11

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^4\right)dx$; б) $\int (2-5x)^7 dx$; в) $\int \frac{xdx}{9-2x^2}$; г) $\int_0^1 x\, 3^x\, dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$; е) $\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x\cdot\sqrt{x}}dx$; ж) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$; з) $\int_{-\infty}^0 x\cos x dx$.

Вариант 12

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int e^{5-7x}dx$; в) $\int \frac{xdx}{\sqrt{18-9x^2}}$; г) $\int_0^1 x\, e^{-x} dx$; д) $\int \frac{dx}{x^2-4x+10}$; е) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; ж) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$; з) $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$.

Вариант 13

1. Найти интегралы: а) $\int\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x^3}}+4x\right)dx$; б) $\int e^{6x-4}dx$; в) $\int\limits_0^{1/4}\frac{dx}{x\ln x}$;

г) $\int xe^{x+3}dx$; д) $\int\frac{(x+4)dx}{2x^2-6x-8}$; е) $\int\limits_4^9\frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}-1}$; ж) $\int\frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x}dx$; з) $\int\limits_0^{\infty}\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$.

Вариант 14

1. Найти интегралы: а) $\int\left(1-3x^2+\sqrt[4]{x}-\frac{5}{x^2}\right)dx$; б) $\int\sin(5x-6)dx$; в) $\int\frac{3xdx}{4x^2+1}$; г) $\int\limits_1^3 x\ln x\,dx$;

д) $\int\frac{(5x-2)dx}{2x^2-5x+2}$; е) $\int\limits_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; ж) $\int\cos^3 4x\sin 4xdx$; з) $\int\limits_0^{\infty}2x\sin xdx$.

Вариант 15

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_2^3\left(6x^2-5x+4\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{3x-2}$; в) $\int\frac{2xdx}{\sqrt{3x^2-2}}$;

г) $\int(x+1)\sin 4xdx$; д) $\int\frac{dx}{x^2-6x+8}$; е) $\int\limits_1^4\frac{x\,dx}{1+\sqrt{x}}$; ж) $\int\sin^2 3x\cos 3xdx$; з) $\int\limits_0^{\infty}\frac{xdx}{x^2+4}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x}=y^2$; б) $xy'=2y\ln\frac{y}{x},\ y(1)=e$; в) $y'-\frac{4y}{x}=2x^3$; г) $y''=x^2-e^{2x}$;

д) $xy''+2y'=0$; е) $y''y^3+1=0, y(1)=-1,\ y'(1)=-1$; ж) $y''-6y'+10y=x+4$.

Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy'+3y=1$; б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+3\frac{y}{x}+2$; в) $y'-\frac{y}{x}=x^2,\ y(1)=0$; г) $y''=\frac{x}{e^x}$;

д) $xy''=y'$; е) $y''=2y^3, y'(-1)=y(-1)=1$; ж) $y''-3y'+2y=(1-2x)e^x$.

Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\frac{y+3}{x^2}$; б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+5\frac{y}{x}+4$; в) $xy'-2y=3x^3$; г) $y''=3x+\cos 5x$;

д) $xy''+y'=\frac{1}{\sqrt{x}}$; е) $y''y^3+64=0,\ y(0)=4,\ y'(0)=2$; ж) $y''-4y'+4y=-e^{2x}$. 2.

Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 7y^5$; б) $y' = \dfrac{x+2y}{2x-y}$, $y(1)=0$; в) $y' + y\cos x = \cos x$; г) $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$; д) $y'' = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$; $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\pi}{4}$; $y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$; е) $yy'' = (y')^2$; ж) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$.

Вариант 5

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + \dfrac{y}{x} - 9$, $y(1) = 4$; в) $y' - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{12}{x^3}$;
г) $y'' = \cos x + e^{-x}$; д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y'' = 1 - (y')^2$; ж) $y'' + 2y' = x^2 + 2$.

Вариант 6

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \dfrac{y}{x} - 3\dfrac{x}{y}$, $y(-1) = 4$; в) $xy' + y = -\dfrac{2}{x}$; г) $y'' = \dfrac{2}{\sin^2 x}$;
д) $y'' = 24y^3$; е) $x^3 y'' + x^2 y' = \sqrt{x}$; ж) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$.

Вариант 7

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \dfrac{y^3}{3x+1}$; б) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - \dfrac{y}{x} + 1$; в) $y' + \dfrac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$;
д) $y'' = \dfrac{3}{x^3}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$; е) $y'' = 30y^3$; ж) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

Вариант 8

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = y^2 \operatorname{tg} x$, $y(\pi) = 3$; б) $y' = 2\dfrac{y^3}{x^3} + \dfrac{y}{x}$; в) $y' - \dfrac{y}{x} = x\sin x$; г) $y'' = \sin 5x + \cos 2x$; д) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$; е) $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = \sqrt{2}$, $y'(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$; ж) $y'' + 2y' + 5y = 5x$.

Вариант 9

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y\sqrt{4+x^2}\,dy = dx$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}$, $y(e) = 0$; в) $y' - \dfrac{y}{x} = -2\dfrac{\ln x}{x}$; г) $y'' = \dfrac{1}{x^3} + 4x$; д) $xy'' = y'$; е) $y^3 y'' = y^4 - 16$, $y(0) = 2\sqrt{2}$, $y'(0) = \sqrt{2}$; ж) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 10

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \dfrac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - 7\dfrac{y}{x} + 2$; в) $y' - \dfrac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x - \ln x$; д) $y'' = (y')^2$; е) $y'' = \dfrac{y'}{x}\left(1 + \ln\dfrac{y'}{x}\right)$; $y(1) = \dfrac{1}{2}, y'(1) = 1$; ж) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$.

Вариант 11

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x} = y^2$; б) $y' = \dfrac{x-y}{x}$; в) $y' - \dfrac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$; г) $y'' = \operatorname{arctg} x$;

д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y'' = 72y^3$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 6$; 4) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 12

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 3y^2$; б) $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$; в) $y' - \dfrac{3y}{x} = -\dfrac{5}{x^4}$; г) $x^4 y'' + x^3 y' = 4$;

д) $y'' = \sin 5x$; е) $y'' y^3 + 36 = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$;4) $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$.

Вариант 13

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y(4 + e^x)dy = e^x dx$; б) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - \dfrac{y}{x} + 4$; в) $y' + \dfrac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' = e^{2x} - 3x$;

д) $y'' x \ln x = y'$; е) $y'' = 8y^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$; ж) $y'' + 2y' + 5y = x$.

Вариант 14

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $xy' = y\ln\dfrac{y}{x}$; в) $y' + y\cos x = \cos x$; г) $y'' = x^3 + \cos 4x$;

д) $xy'' = y'$; е) $y'' = 32y^3$, $y(4) = 1$, $y'(4) = 4$; ж) $y'' - y' - 2y = 6x + 1$.

Вариант 15

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 5\dfrac{y}{x} + 6$; в) $y' + \dfrac{y}{2x} = 3x$; г) $y'' = \dfrac{1}{x^2} + x$; д) $y''(e^x + 1) + y' = 0$;

е) $y'' y^3 + 16 = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$; ж) $y'' - 2y' - 3y = 4x$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt[3]{x}-x-4\right)dx$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 4x\,dx$; в) $\int\limits_0^1 x\,3^x dx$; г) $\int\frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\frac{y+3}{x^2}$; б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+\frac{y}{x}+4$; в) $xy'-2y=3x^3$; г) $y''-7y'+6y=e^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(3x^2+\sqrt[4]{x^3}-1\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{4x+7}$; в) $\int\limits_0^1 x\,e^{-x}dx$; г) $\int\limits_4^9\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=3y^2$; б) $y'=\frac{x+y}{x-y}$; в) $y'+y\cos x=\cos x$; г) $xy''=y'$.

БИЛЕТ № 3

1. Дифференциальные уравнения второго порядка.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(3x^2+\frac{1}{x^4}\right)dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos 3x\,dx$; в) $\int(3x+1)\,e^x dx$; г) $\int_0^1\frac{\sqrt{x}}{1+x}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x}=y^2$; б) $xy'=y\ln\frac{y}{x}$; в) $y'-\frac{4y}{x}=2x^3$; г) $y''=3x+\cos 2x$.

БИЛЕТ № 4

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
2. Вычислить интегралы:
а) $\int\left(\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x}\right)dx$; б) $\int_0^2\frac{x\,dx}{x^2+1}$; в) $\int(x-1)\cos x\,dx$; г) $\int_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.
3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy'+3y=0$; б) $y'=e^{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}$; в) $y'-\frac{y}{x}=x^2$, при $x=1$, $y=0$; г) $y''=\frac{3}{x^3}$.

БИЛЕТ № 5

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла и его определение.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x^3}\right)dx$; б) $\int_0^1\frac{3dx}{4+5x}$; в) $\int x\ln x\,dx$; г) $\int_1^4\frac{x\,dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy'+3x=0$; б) $y'=\frac{y-x}{x}$; в) $y'+\frac{3y}{x}=x^4$; г) $4y''-8y'+5y=3x^2$.

БИЛЕТ № 6

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(6x^2-\frac{5}{x^3}+4\right)dx$; б) $\int_3^4\frac{x\,dx}{x^2-4}$; в) $\int_1^e x^2\ln x\,dx$; г) $\int\frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy'=3y^2$; б) $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$; в) $y'-\frac{y}{x}=x\sin x$; г) $2y''+2y'+5y=xe^{2x}$.

БИЛЕТ № 7

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt{x}-3x+2\right)dx$; б) $\int \frac{\ln x\, dx}{x}$; в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\, dx$; г) $\int\limits_3^{15} \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'-y^2\operatorname{tg} x=0$; б) $y'=2\frac{y^3}{x^3}+\frac{y}{x}$; в) $y'-3y=2e^{5x}$; д) $y''-5y'+6y=2x-5$.

БИЛЕТ № 8

1. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(4x-\frac{2}{x^2}\right)dx$; б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2x\, dx$; в) $\int(3+x)\, e^x dx$; г) $\int\limits_3^8\frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\frac{y^3}{3x+1}$; б) $y'=\frac{y^2}{x^2}-\frac{y}{x}+1$; в) $xy'+y=-\frac{2}{x}$; г) $y''=\frac{2}{\sin^2 x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x^3}}+4x\right)dx$; 2) $\int\limits_1^2\frac{xdx}{\sqrt{3+x^2}}$; 3) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(5-2x)\sin 4x dx$; 4) $\int\frac{1+x}{x+\sqrt{x}}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\sqrt{5-y^2}dx=ydy$; 2) $3y'=\frac{x-2y}{x}$; 3) $xy''+2y'=0$ 4) $y''-2y'-3y=4x$

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int\limits_1^2\left(4x^5-\sqrt[4]{x^3}+2e^x-\frac{1}{x}\right)dx$; 2) $\int\limits_0^1\frac{3xdx}{1+2x^2}$; 3) $\int(x^6-4x)\ln x dx$; 4) $\int\sin^2 3x\, dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y'=\frac{7y+3}{2x^4}$; 2) $xy'=\sqrt{x^2-y^2}+y$, 3) $y''=\frac{3}{x^3}+\cos 4x$. 4) $y''-4y'+4y=x^2+3x$

БИЛЕТ № 11

1. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения.
2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} + x\right)dx$; 2) $\int \frac{4dx}{1-9x}$; 3) $\int \cos^3 x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2y'\sqrt{x} = 7y^2,\ y(4) = 3$; 2) $xy' = y\ln\frac{y}{x}$; 3) $xy'' = y'$. 4) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$

БИЛЕТ № 12

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.
2. Найти интегралы:

1) $\int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2)dx$; 2) $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}$; 3) $\int_1^3 x\ln x\, dx$; 4) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; 3) $xy'' + 2y' = 0$; 4) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$

БИЛЕТ № 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.
2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} + 4 - \frac{1}{x}\right)dx$; 2) $\int_2^3 \frac{x^2dx}{1-2x^3}$; 3) $\int (4-3x)e^{2x}dx$; 4) $\int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y\,dy = e^x y^3 dx$; 2) $y' - \frac{4y}{x} = 5x^8$; 3) $y'' = 2x + \sin 3x$; 4) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

БИЛЕТ № 14

1. Характеристическое уравнение и структура общего решения ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами
2. Найти интегралы:

1) $\int \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2\right)dx$; 2) $\int_0^1 5^{3-2x}\, dx$; 3) $\int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; 4) $\int \sin^5 x \cos x dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = y^2 - 3$; 2) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, 3) $y'' = (y')^2$. 4) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$

БИЛЕТ № 15

1. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
2. Найти интегралы:

1) $\int\left(4x^5-\sqrt[5]{x^3}-\frac{3}{x^4}\right)dx$; 2) $\int xe^{-x^2}dx$; 3) $\int\limits_1^4\frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$; 4) $\int arcctg\,x\,dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy'+3x=0$; 2) $y'=\frac{y^2}{x^2}+5\frac{y}{x}+6$; 3) $xy''=-2y'$, 4) $4y''-8y'+5y=x^3$

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Основы теории вероятностей и математической статистики»

1. Классификация событий: достоверные, невозможные, случайные события. События: совместимые и несовместимые; равновозможные; зависимые и независимые; противоположные; полная группа событий.
2. Классическое определение вероятности события; его свойства.
3. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики:
а) правило произведения; б) правило суммы.
4. Перестановки, размещения, сочетания. Их число. Гипергеометрическая формула.
5. Относительная частота события. Статистическая вероятность события.
6. Алгебра событий. Условная вероятность. Произведение и сумма событий.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Формула Бернулли.
9. Формулы Лапласа.
10. Формула Пуассона.
11. Случайные величины: дискретные (ДСВ) и непрерывные (НСВ).
Числовые характеристики случайных величин: $\grave{I}\ (\tilde{O})$; $D(X)$; $\sigma(X)$.
12. Биномиальное распределение ДСВ.
13. Функция распределения и плотность вероятностей НСВ.
14. Нормальное распределение НСВ.
15. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;

– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;

– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;

– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = \dfrac{n}{2^n(n+1)}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\dfrac{1}{\ln 2} + \dfrac{1}{\ln 3} + \dfrac{1}{\ln 4} + \dfrac{1}{\ln 5} \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt[4]{n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{3^n + 2}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^n}{n^5}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{4n+1}}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \dfrac{1}{\sqrt{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n / 10^n$.

Вариант 2

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1}/n$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{27} + \dfrac{1}{64} + \dfrac{1}{125} \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt[4]{n-2}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^n}{2^n n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{n^2+3}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n(n+1)}$.

Вариант 3

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 1/(4n^2 - 1)$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{11} + \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^3+2}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{5 \cdot 3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n n!}{n^n}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n \ln n}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \dfrac{1}{3^n}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-4)^n x^n$.

Вариант 4

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (2n-1)/4^{n-1}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{11} + \dfrac{1}{18} + \dfrac{1}{27} + \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2n^5}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{n^n}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+2}{n^2}$; д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\ln n}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^{2n} / 9^n$.

Вариант 5

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n-1} / \sqrt[3]{n}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{5}{16} \dots$.

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{1+n^2}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n / n^2$.

Вариант 6

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n!/n^n$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{\sqrt{2}}{1 \cdot 2} - \frac{\sqrt{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\sqrt{4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n \cdot x^n / \sqrt{n}$.

Вариант 7

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 3^n / n!$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \dots$.

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / (n(n+1))$.

Вариант 8

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1} / (5n+1)$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2+5} - \frac{1}{4+5} + \frac{1}{8+5} - \frac{1}{16+5} + \dots$.

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+5}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x+8)^n / n^2$.

Вариант 9

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n!/n^2$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{2}{4\cdot 3}+\frac{3}{8\cdot 4}+\frac{4}{16\cdot 5}+\frac{5}{32\cdot 6}+\cdots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3+7^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{7^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1}\right)^n$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x^{3n}/8^n$.

Вариант 10

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^n/\sqrt[5]{n}$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1+\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{10}}+\frac{1}{\sqrt{13}}+\cdots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4+8^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{(n+1)^{n^2}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^5}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot\sqrt[3]{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x^n/\sqrt{n}$.

Вариант 11

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = n!/2^n$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{101}+\frac{2}{104}+\frac{3}{109}+\frac{4}{116}+\cdots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arctg}^2 n}{1+n^2}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2n}{3n+2}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x^n/\sqrt{n+6}$.

Вариант 12

1. Написать четыре первых членов ряда, если $a_n = 5^n/n!$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $1+\frac{4}{2}+\frac{9}{6}+\frac{16}{24}+\frac{25}{120}+\frac{36}{720}+\ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n+3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{e^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x^n/2^{n-1}$.

Вариант 13

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^{n+1}/(2n-3)$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{2}{5} + \frac{2^2 \cdot 2^2}{5^2} + \frac{2^3 \cdot 3^2}{5^3} + \frac{2^4 \cdot 4^2}{5^4} + \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n}\right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)^2}$.

Вариант 14

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = 1/(2^n(n+3))$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^{n-1}}$.

Вариант 15

1. Написать пять первых членов ряда, если $a_n = (-1)^n/(n^2+1)$.

2. Найти формулу для общего члена ряда $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \ldots$

3. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{2^n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?

3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «в течение года обанкротятся все три банка».

Вариант 2

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротятся только два банка».

Вариант 3
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 детали из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 4
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 5
1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена двумя студентами?

Вариант 6

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена хотя бы одним студентом?

Вариант 7
1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9 . В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «оба трактора исправны».

Вариант 8
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9 . В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события – «один трактор требует ремонта».

Вариант 9
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9 . В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «трактор из второй бригады исправен».

Вариант 10
1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с

соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

Вариант 11
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,9; 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 12
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 13
1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «не обанкротится ни один банк».

Вариант 14
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона содержит цифру 1.

2. Студент выучил 15 вопросов из 30 экзаменационных. Какова вероятность сдать экзамен, если достаточно ответить на 2 вопроса из трёх заданных?
3. В магазин поступили телевизоры от трёх фирм в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры этих фирм прослужат гарантийный срок с вероятностями 0,98; 0,92 и 0,88 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине телевизор прослужит гарантийный срок.
4. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,4; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки только два трактора окажутся исправными?

Вариант 15

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наудачу 4 изделий 2 являются дефектными?
3. В трёх ящиках находятся шары. В первом ящике – 6 синих и 4 красных; во втором ящике – 8 синих и 2 красных; в третьем – 3 синих и 7 красных. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар. Какова вероятность того, что извлечённый шар окажется синим?
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Сходимость степенных рядов, теорема Абеля.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3+7^n};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{3^n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1}\right)^n;\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!};\quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n}{2n+1}.$$

3. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.
4. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти *а*) плотность вероятности $f(x)$; *б*) математическое ожидание $M(X)$; *в*) дисперсию $D(X)$; *г*) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{при} \quad x<-1\\ (x+1)/2, & \text{при} \quad -1\le x<1\\ 1, & \text{при} \quad x\ge 1\end{cases}$$

БИЛЕТ № 2

1. Числовые ряды, частичная сумма ряда, понятие сходимости и расходимости числового ряда.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4+8^n};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{(n+1)^{n^2}};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^5};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{(n-1)!};\quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot\sqrt[3]{n}}.$$

3. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
4. Найти *а*) $M(X)$ *б*) $D(X)$; *в*) $\sigma(X)$, если ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	2	5	6	7
ρ	0,4	0,2	0,8	0,2

БИЛЕТ № 3

1. Необходимое условие сходимости.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 5^n};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{arctg\, n}{1+n^2};\quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2n}{3n+2}.$$

3. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	-1	1	2	4	5
p	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2

4. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один

шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что следующий шар окажется тоже красным.

БИЛЕТ № 4

1. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n+3};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{e^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2};\quad 5)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	1	2	3	4	5
p	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2

4. Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны $0{,}6;\ 0{,}7;\ 0{,}75$. Найти вероятность того, что он успешно сдаст все экзамены.

БИЛЕТ № 5

1. Сформулировать признаки сравнения (перечислить табличные ряды).
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+2};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{2n}\right)^{n^2};\ 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n};\quad 4)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n};\quad 5)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{2n+1}.$$

3. Найти *а*) $M(X)$ *б*) $D(X)$; *в*) $\sigma(X)$, если ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	2	4	6	8
ρ	0,4	0,2	0,2	0,2

4. Среди 20 студентов группы, в которой 7 девушек, разыгрывается 6 билетов в кино. Найти вероятность того, что среди обладателей билетов окажется хотя бы одна девушка.

БИЛЕТ № 6

1. Сформулировать признаки Даламбера, Коши.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n-1}};\ 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{4^n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1};\quad 5)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{3^n}.$$

3. Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.
4. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти $a)$ плотность вероятности $f(x)$; *б*) $M(X)$; *в*) $D(X)$; *г*) $\sigma(X)$.
$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x\le 0\\ x^2/49, & \text{при } 0<x\le 7\\ 1, & \text{при } x>7\end{cases}$$

БИЛЕТ № 7

1. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+2};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{e^n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n\cdot n^2}{2^n};\quad 5)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.
4. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	-2	2	3	4	5
p	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

БИЛЕТ № 8

1. Признак Даламбера.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n+5}};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{8^n\cdot n^7};\quad 3)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{2^{n+2}}{(n-2)!};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5n+8}{3n-2}\right)^n;\quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\cdot 5^n}.$$

3. В партии из 12 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных
4.. Имеются 2 урны. В первой 7 белых шаров и 3 чёрных, во второй – 3 белых и 4 чёрных. Из первой урны во вторую переложили 2 шара, затем из второй урны наудачу взяли один шар . Какова вероятность того, что этот шар белый?

БИЛЕТ № 9

1. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(arctg\,\frac{1}{5^n}\right)^n;\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{2^n\,n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+6};\quad 5)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что следующий шар окажется тоже красным.
4. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого из кубиков написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных в порядке вынимания «в одну линию» кубиках будет получаться слово «спорт».

БИЛЕТ № 10

1. Числовые ряды, понятие сходимости и расходимости числового ряда.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2}};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(tg\,\frac{\pi}{5^n}\right)^{3n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot(n+2)!}{n^5};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}};\quad 5)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в

соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

БИЛЕТ № 11

1. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 2^n};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(2n)!};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{n}{2}}}{3^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}};\quad 5)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

3. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	-2	2	3	4	5
p	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

4. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей одна годная.

БИЛЕТ № 12

1. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^5};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n^3};\quad 5)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

3. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее число 30. Какова вероятность того, что это число является делителем 30?
4. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	1	4	6	7	8
p	0,1	0,1	0,1	0,1	0,6

БИЛЕТ № 13

1. Признаки Коши.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n-1};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+3))^n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{9}{10}\right)^n\cdot n^7;\quad 5)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}.$$

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков равна восьми.
4. Непрерывная случайная величина *X* задана функцией распределения *F*(*x*). Найти: *а*) плотность вероятности *f*(*x*); *б*) математическое ожидание *a*; *в*) дисперсию *D*, если

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ 1-\cos x & \text{при } 0\le x\le \pi/2,\\ 1 & \text{при } x>\pi/2.\end{cases}$$

БИЛЕТ № 14

1. Интервал и радиус сходимости степенного ряда
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n-3}};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{3^n};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n n!}{n^n};\quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

3. Дана дискретная случайная величина *X*. Найти: *а*) математическое ожидание; *б*) дисперсию; *в*) среднеквадратическое отклонение.

x	1	4	6	7	8
p	0,1	0,1	0,3	0,1	0,6

4. Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.

БИЛЕТ № 15

1. Признак Лейбница.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2}};\quad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(tg\frac{\pi}{5^n}\right)^{3n};\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot(n+2)!}{n^5};\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}};\quad 5)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}.$$

3. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.
4. Непрерывная случайная величина *X* задана функцией распределения *F*(*x*). Найти: *а*) плотность вероятности *f*(*x*); *б*) математическое ожидание *a*; *в*) дисперсию *D*, если

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x<0,\\ x^3/8, & \text{при } 0\le x\le 2,\\ 1, & \text{при } x>2.\end{cases}$$

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.